

**КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ  
ВЕКТОРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО  
УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА С  
САМОСОГЛАСОВАННЫМ  
ПОТЕНЦИАЛОМ**

**Мухсинов Ёдгор Мирзоевич**, д. Физ.-мат.наук, доцент кафедры математических и естественных наук Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики; **Мухамедова Шоира Файзуллоевна**, к. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационно-коммуникационных технологий и программирования Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики (Таджикистан, Худжанд)

**СОХТОРҲОИ КОГЕРЕНТИИ  
МУОДИЛАИ ВЕКТОРИИ  
ГАЙРИХАТТИИ ШРЁДИНГЕР БО  
ПОТЕНСИАЛИ ХУДМУХТОР**

**Мухсинов Ёдгор Мирзоевич**, д.и.физ.-мат., дотсенти кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатишиносӣ муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон; **Мухамедова Шоира Файзуллоевна**, н.и.физ.-мат., дотсенти кафедраи технологияҳои иттилоотӣ-коммуникатсионӣ ва барномарезии Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон (Тоҷикистон, Хучанд)

**COHERENT STRUCTURES OF THE  
VECTOR NONLINEAR  
SCHRÖDINGER EQUATION WITH  
THE SELF-CONSISTENT  
POTENTIAL**

**Yodgor Mirzoevich Mukhsinov**, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematical and Natural Sciences, Tajik State University of Law, Business and Politics; **E-mail:** [yodgor.mukhsinov@gmail.com](mailto:yodgor.mukhsinov@gmail.com). **Mukhamedova Shoir Faizulloevna**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Information and Communication Technologies and Programming of the Tajik State University of Law, Business and Politics, (Tajikistan, Khujand), **E-mail:** [shoira74@mail.ru](mailto:shoira74@mail.ru).

**Ключевые слова:** многосолитонное решение, подкачка, диссипация, векторное нелинейное уравнение Шредингера, бризер, диссипативный солитон, странный аттрактор, когерентная структура.

С помощью численного моделирования были получены диссипативные солитоны в рамках векторного нелинейного уравнения Шредингера (системы двух уравнений) с самосогласованным потенциалом типа  $\bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2$ , с учётом диссипации и внешней подкачки. Анализ многосолитонных решений показал, что система в этих условиях демонстрирует выраженную солитоноподобную динамику с высокой степенью устойчивости. Интегралы энергии и числа частиц сохраняются с высокой точностью, а энергия связи компонентов оценивается в 13 %. Фазовые траектории плотно заполняют конечную область фазового пространства, подчёркивая важность взаимодействий в формировании устойчивой когерентной структуры.

**Key words:** multisoliton solution, pumping, dissipation, vector nonlinear Schrödinger equation, breather, dissipative soliton, strange attractor, coherent structure.

Using numerical modeling, dissipative solitons were obtained within the framework of the vector nonlinear Schrödinger equation (a system of two equations) with a self-consistent potential of the form  $\bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2$ , taking into account dissipation and external pumping. The analysis of multisoliton solutions showed that under these conditions, the system exhibits pronounced soliton-like dynamics with a high degree of stability. The energy and particle number integrals are preserved with high accuracy, and the binding energy of the components is estimated at 13%. The phase trajectories densely fill a finite area of phase space, emphasizing the importance of interactions in the formation of a stable coherent structure.

**Калидвожаҳо:** ҳалли бисёрсолитонӣ, дамкунӣ, диссипатсия, муодилаи вектории гайрихаттии Шредингер, бризер, солитони диссипативӣ, аттрактори аҷоиб, сохтори когерентӣ.

Бо ерии моделиронии ададӣ солитонҳои диссипативӣ дар доираи муодилаи вектории гайрихаттии Шредингер (системаи ду муодила) бо потенциали худмухтори  $\bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2$  бо назардошти хомӯшишавӣ ва дамкунӣ ба даст оварда шуданд. Таҳлили динамикаи ҳалли

бисерсолитонӣ нишон дод, ки система дар ин шароит динамикаи ба солитон монандро бо дараҷаи баланди устуворӣ зоҳир менамояд. Интегралҳои ҳаракат дар сатҳи зарурӣ нигоҳ дошта шуда, энергияи алоқаи ҷузъҳо бо 13% арзёбӣ мешавад. Масирҳои фазагӣ соҳаи маҳдуди фазои фазагиро зич ишғол намуда, дар ташаккули сохтори когерентӣ - и устувор аҳамияти хосаро маълум мекунад.

Рассмотрим векторное нелинейное уравнение Шредингера

$$i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x,t)\varphi_1 = 0$$

$$i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x,t)\varphi_2 = 0 \quad (1)$$

с самосогласованным потенциалом

$$u(x,t) = \bar{\varphi}_1 \varphi_2 + \varphi_1 \bar{\varphi}_2. \quad (2)$$

Векторное нелинейное уравнение Шрёдингера (ВНУШ), играет важную роль в различных областях физики. Оно возникает в квазиклассическом теоретико-полевым описании двухкомпонентного бозе-газа, что характерно для исследований в физике конденсированного состояния [1,2], что находит широкое применение в различных направлениях теоретической физики, от исследования сложных квантовых систем до моделирования нелинейных оптических и плазменных процессов. ВНУШ также активно используется в нелинейной оптике, где применяется для моделирования распространения лазерных пучков [3], а в теории плазмы — для описания поведения двухкомпонентной плазмы [4,5]. Более того, это уравнение можно вывести в рамках квазиклассического подхода к ферромагнетикам Гейзенберга с легкоосной анизотропией и спином  $S=1$ , когда учитывается одноионный обмен, что связано с возбуждением квадрупольных степеней свободы в спиновой динамике в рамках  $SU(3)$  - обобщенных когерентных состояний [6,7,8]

Многосолитонное решение ВНУШ (1) с самосогласованным потенциалом (2) было получено с использованием метода конечнозонного алгебро - геометрического интегрирования [9,10] и представлено в виде суперпозиции элементарных солитонов, чья структура определяется набором параметров, связанных с начальными условиями и свойствами системы. Это решение описывает сложную динамику взаимодействующих солитонноподобных образований, которые могут сохранять свою форму на протяжении длительного времени за счёт баланса нелинейности и дисперсии [11,12].

$$\varphi_i = A_i e^{i(q_1 x + w_1 t)} \cosh(\beta_1(x + v_1 t) + b_i) + B_i e^{i(q_2 x + w_2 t)} \cosh(\beta_2(x + v_2 t) + a_i) / (B_1 \cosh(\beta^+(x + v^+ t) + h_1) + \cosh(\beta^-(x + v^- t) + h_2) + B_3 \cos(qx + wt + w_{01})) \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} W_1(x,t) &= \alpha_1 t + (\alpha_1^2 - \beta_1^2)t, & W_2(x,t) &= \alpha_2 t + (\alpha_2^2 - \beta_2^2)t \\ P_1(x,t) &= \beta_1(x + 2\alpha_1 t), & P_2(x,t) &= \beta_2(x + 2\alpha_2 t) \\ \kappa_1 &= \alpha_1 + i\beta_1, & \kappa_2 &= \alpha_2 + i\beta_2, & \kappa_{ij} &= \kappa_i - \bar{\kappa}_j, & \bar{\kappa}_{ij} &= \bar{\kappa}_i - \kappa_j \\ \beta^+ &= \beta_1 + \beta_2, & \beta^- &= \beta_2 - \beta_1, & v^\pm &= \frac{2(\alpha_2 \beta_2 \pm \alpha_1 \beta_1)}{\beta_2 \pm \beta_1}, & i,j &= 1,2. \\ q &= \alpha_2 - \alpha_1, & w &= (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2), & w_{01} &= -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12} \kappa_{12}}{C_{21} \kappa_{21}} \right|, \\ A_1 &= - \left[ \frac{\gamma_1 \bar{\kappa}_{12} (\gamma_1 C_{12} - \gamma_2 C_{11})}{\kappa_{21} \kappa_{11}} \right]^{\frac{1}{2}}, & B_1 &= - \left[ \frac{\gamma_1 \bar{\kappa}_{21} (\gamma_2 C_{21} - \gamma_1 C_{22})}{\kappa_{11} \kappa_{22}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ A_2 &= - \left[ \frac{\beta_1 \bar{\kappa}_{12} (\beta_1 C_{12} - \beta_2 C_{11})}{\kappa_{21} \kappa_{11}} \right]^{\frac{1}{2}}, & B_2 &= - \left[ \frac{\beta_1 \bar{\kappa}_{21} (\beta_2 C_{21} - \beta_1 C_{22})}{\kappa_{11} \kappa_{22}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ B_3 &= \left[ \frac{C_{11} C_{22}}{(k - \kappa_1)(k - \kappa_2)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ b_1 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\gamma_2 \bar{\kappa}_{12}}{\bar{\kappa}_{21} \kappa_{11} (\gamma_1 C_{12} - \gamma_2 C_{11})} \right|, & a_1 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\gamma_1 \bar{\kappa}_{21}}{\bar{\kappa}_{12} \kappa_{22} (\gamma_2 C_{21} - \gamma_1 C_{22})} \right|, \\ b_2 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\beta_2 \bar{\kappa}_{12}}{\bar{\kappa}_{21} \kappa_{22} (\beta_1 C_{12} - \beta_2 C_{11})} \right|, & a_2 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\beta_1 \bar{\kappa}_{21}}{\bar{\kappa}_{12} \kappa_{22} (\beta_2 C_{21} - \beta_1 C_{22})} \right|, \\ h_1 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\kappa_{21}}{\kappa_{11} \kappa_{22} C_{22}} \right|, & h_2 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{C_{11} \kappa_{11}}{\kappa_{22} C_{22}} \right| \end{aligned}$$

Анализ динамики многосолитонного решения (3) до настоящего времени остаётся неизученным, несмотря на его очевидную значимость и потенциальный вклад в понимание нелинейных систем. Проведение такого анализа представляет собой важную и актуальную задачу, которую можно решить с помощью методов численного моделирования. Именно на этом аспекте мы сосредоточимся в данной статье, исследуя эволюцию многосолитонных решений и их взаимодействие под воздействием различных параметров системы. Важными аспектами анализа являются устойчивость многосолитонных конфигураций, при возникновении возможных диссипации и подкачки, а также сценарии их распада или затуханию в условиях изменяющихся внешних параметров. Использование численного моделирования позволит более детально изучить процессы, которые сложно описать аналитическими методами, и выявить ключевые закономерности в динамике многосолитонных решений. Полученные данные будут полезны для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований нелинейных систем.

Для проведения численного моделирования и анализа эволюции многосолитонных решений, с учётом диссипативных солитонов, необходимо выбрать метод, который эффективно описывает как нелинейные взаимодействия, так и процессы диссипации в системе. В данной работе будет использован численный метод, а начальные условия будут заданы в виде многосолитонных решений, после чего с помощью численного моделирования будет исследована их эволюция с учётом диссипативных процессов. Особое внимание будет уделено тому, как диссипация влияет на динамику солитонов, их устойчивость и возможные сценарии переходов в стабильные или нестабильные состояния. Мы выясним, каким образом система достигает равновесия и как диссипативные эффекты могут привести к формированию долгоживущих структур, то есть когерентных структур. Это поможет лучше понять процессы, происходящие в реальных физических системах, таких как нелинейные оптические среды, квантовые конденсаты и плазма, где диссипативные солитоны играют важную роль в динамике и структуре систем.

Следует отметить, что в ходе численного моделирования для контроля консервативности численной схемы мы будем использовать интегралы числа частиц и полной энергии (4).

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx,$$

$$E = \int \frac{1}{2} (|\psi_{2x}|^2 + |\psi_{2x}|^2) + u(x, t) (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (4)$$

Эти интегралы служат важными инвариантами системы, что позволяет отслеживать, сохраняются ли ключевые физические величины в процессе вычислений, что свидетельствует о корректности выбранной разностной схемы и её способности точно описывать динамику многосолитонных решений. Такой подход гарантирует, что численное моделирование не приводит к существенным ошибкам или потерям, обеспечивая надёжные результаты анализа эволюции и взаимодействия солитонов в модели ВНУШ. В тестовых решениях интеграл энергии сохранялся с точностью  $\Delta E/E \approx 10^{-3} - 10^{-4}$  и интеграл числа частиц с точностью  $\Delta N/N \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ .

В первой серии численных экспериментов многосолитонное решение (3) задавался неподвижным, то есть при скорости солитона  $v=0$ , также рассматривалось и с ненулевой групповой скоростью движения нелинейного возбуждения, как это описано нами в работе [13]. В результате наблюдений было установлено, что поведение многосолитонного решения (3) в случае неподвижного возбуждения сохраняло свою форму на протяжении всего процесса интегрирования. Однако при добавлении ненулевой скорости движения динамика системы значительно отличалась от случая неподвижного многосолитонного возбуждения. Это проявлялось в изменениях структуры солитонов и характере их взаимодействия, что указывает на важную роль скорости в эволюции многосолитонных решений.

Вторая серия численных экспериментов направлена на исследование эволюции солитонов (3) в рамках векторного нелинейного уравнения Шрёдингера (1) с самосогласованным потенциалом (2), с учётом влияния внешней подкачки и диссипации, как было показано нами в работе [14]. В данной серии экспериментов вводятся дополнительные параметры, описывающие диссипативные процессы, такие как затухание амплитуды солитонов и энергопотери системы (5), а также воздействие внешней энергии через механизм подкачки [15].

$$i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t) \varphi_1 =$$

$$\begin{aligned}
 &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 |\varphi_1|^2) \varphi_1 + \varepsilon_3 \varphi_{1xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)} \\
 &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 |\varphi_2|^2) \varphi_2 + \varepsilon_3 \varphi_{2xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)}
 \end{aligned}
 \quad i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x,t) \varphi_2 =$$

(5)

с самосогласованным потенциалом

$$u(x, t) = \bar{\varphi}_1 \varphi_2 + \varphi_1 \bar{\varphi}_2 .$$

где  $\varepsilon_j$  ( $j = 0,1,2,3$ ) – параметры диссипации и подкачки внешним полем и  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ , а  $\omega_0$  совпадает с собственной частотой  $\omega$  из решения (3).

Показано, что при численном моделировании многосолитонного решения (3) ВДУШ с самосогласованным потенциалом при учёте диссипации и подкачки внешними полями (5) при наличии ненулевой скорости движения, демонстрирует бризерную динамику внутренних степеней свободы многосолитонного решения, где солитон остается пространственно локализованным и проявляет пульсирующее поведение.

В отличие от предыдущих исследований, в данной работе нами применяются иные параметры моделирования, что даёт возможность получить более полное и глубокое понимание динамики диссипативных солитоноподобных явлений в различных физических условиях. Эти параметры охватывают широкий диапазон значений, что позволяет более точно исследовать влияние диссипации, подкачки и других факторов на эволюцию солитонов и наблюдать формирование так называемых когерентных структур. Напомним, что когерентные структуры в нелинейных диссипативных системах представляют собой локализованные волновые образования, сохраняющие согласованность фаз внутри системы, что сохраняет устойчивость таких структур. Странный аттрактор, в свою очередь, описывает хаотическое, но ограниченное поведение системы в фазовом пространстве. В диссипативных системах когерентные структуры могут эволюционировать в условиях странного аттрактора, где хаотические динамические режимы не нарушают устойчивость этих структур [16].

Для проведения численного моделирования и анализа эволюции многосолитонных решений (3) модели ВДУШ (5) с учётом параметров диссипации и подкачки на основе теории разностных схем нами разработан комплекс компьютерных программ. В основе моделирования лежит трёхслойная разностная схема на пятиточечном шаблоне с весами явного типа, обладающая вторым порядком точности как по времени, так и по пространственной координате. Для обеспечения стабильности вычислений используется условие устойчивости  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ , где  $\tau$  — шаг по времени, а  $h$  — шаг по координате. Программный комплекс был тщательно протестирован на ряде модельных задач, что подтвердило его высокую точность и устойчивость в широком диапазоне параметров.

Серия численных экспериментов была проведена при различных значениях скорости и параметров многосолитонного решения, а также при варьировании диссипации и подкачки. В некоторых случаях замечено, распад многосолитонных конфигураций, что происходит при определённых условиях, когда диссипация и подкачка становятся критическими. Увеличение диссипации или недостаточная подкачка приводят к снижению энергии системы, что ослабляет взаимодействие между солитонами и нарушает баланс между нелинейностью и дисперсией, вызывая дестабилизацию структуры. Распад сопровождается разрывом солитонов или их затуханием, что может привести к полному исчезновению солитонов при превышении диссипативных потерь. Скорость и характер распада зависят от параметров системы, таких как амплитуда возмущений и интенсивность внешнего воздействия. Эти результаты помогают лучше понять условия, при которых многосолитонные конфигурации сохраняют устойчивость или разрушаются, что важно для дальнейших исследований в области нелинейной динамики.

Например, при следующих параметрах  $k_1 = 0.5, \alpha_1 = 0.39, \alpha_2 = 1, \beta_1 = 0.0089, \beta_2 = 0.0089, \lambda = 1, \gamma_1 = 1.2, \gamma_2 = 1.2, \varepsilon_0 = 0.1, \varepsilon_1 = 0.48, \varepsilon_2 = 0.15, \varepsilon_3 = 0.0099$ . наблюдается солитон, который стремится к диссипации: при увеличении

коэффициента диссипации до определённого значения и недостаточной подкачке энергии, солитон начинает терять свою устойчивость (См. Рис. 1). Это проявляется в постепенном уменьшении его амплитуды и расплывании, что в конечном итоге приводит к его затуханию. В таких условиях солитон не может сохранить свою локализованную форму и постепенно растворяется в окружающей среде, демонстрируя классическое поведение системы с доминирующими диссипативными потерями (Рис. 2,3).

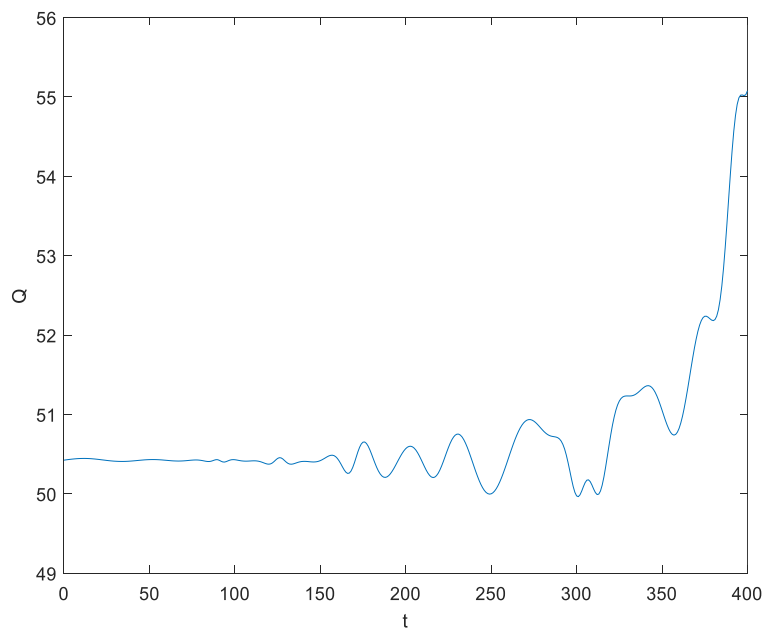


Рис.1. Интеграл энергии солитона

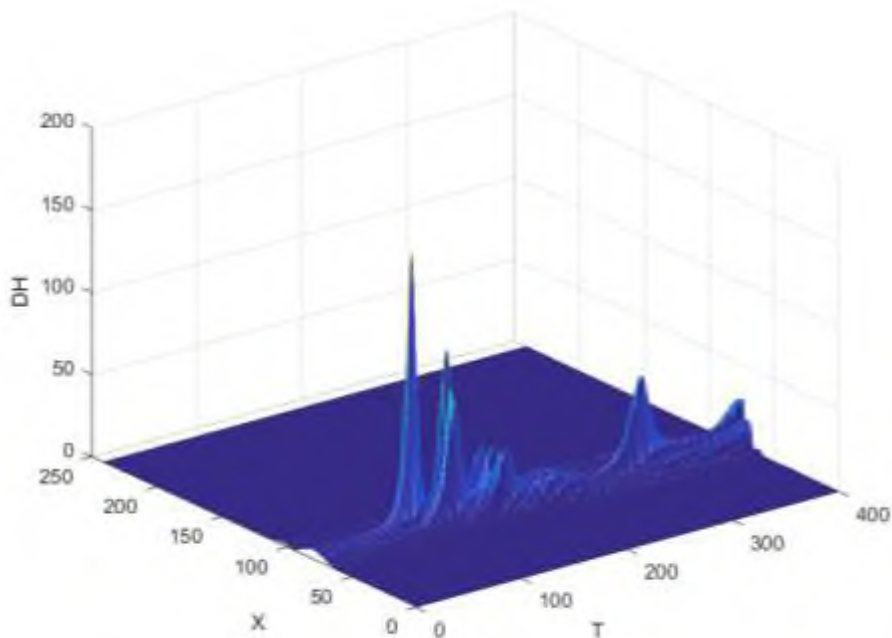
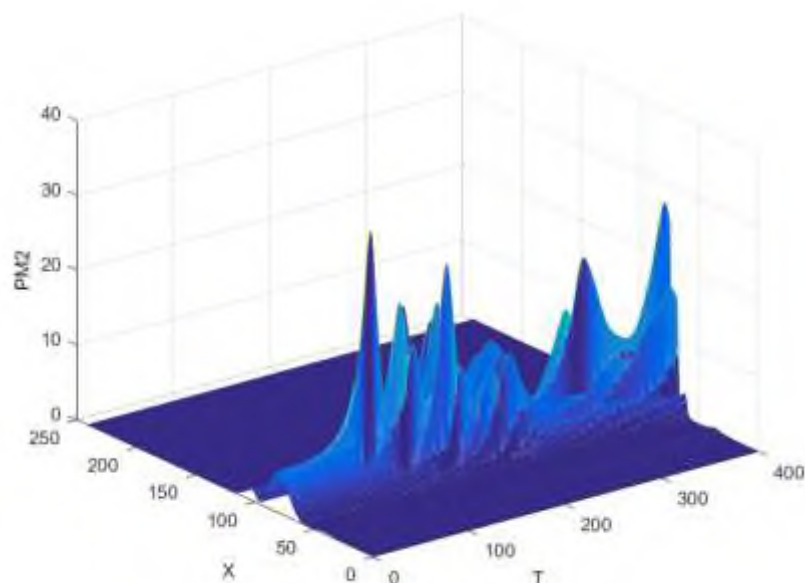
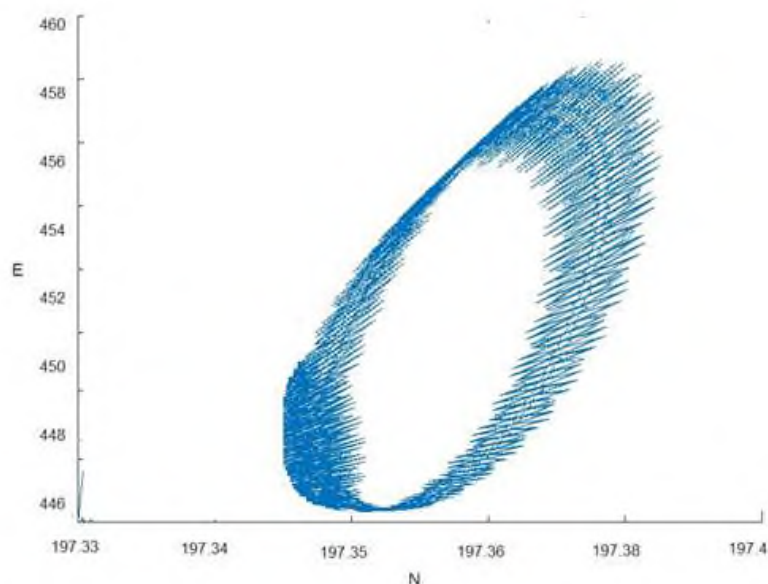


Рис. 2. График эволюции плотности энергии разрушающегося солитона

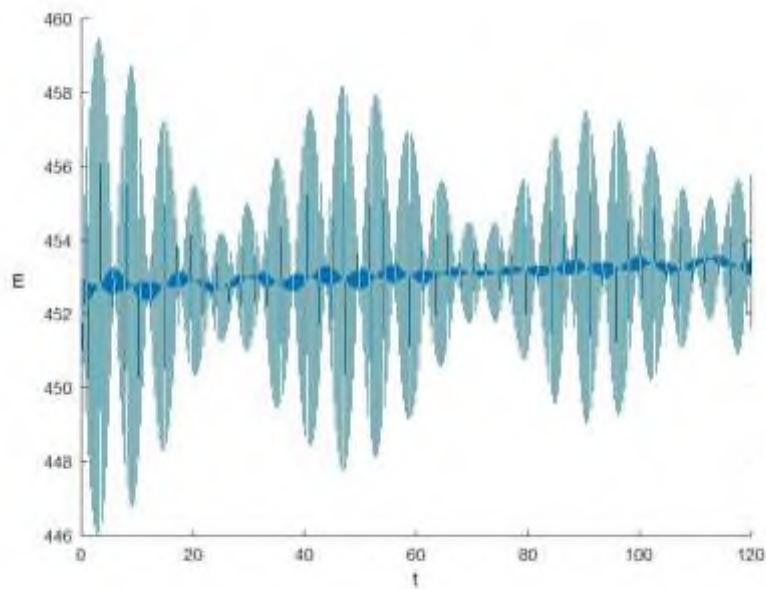


**Рис.3. График эволюции плотности числа частиц разрушающегося солитона**

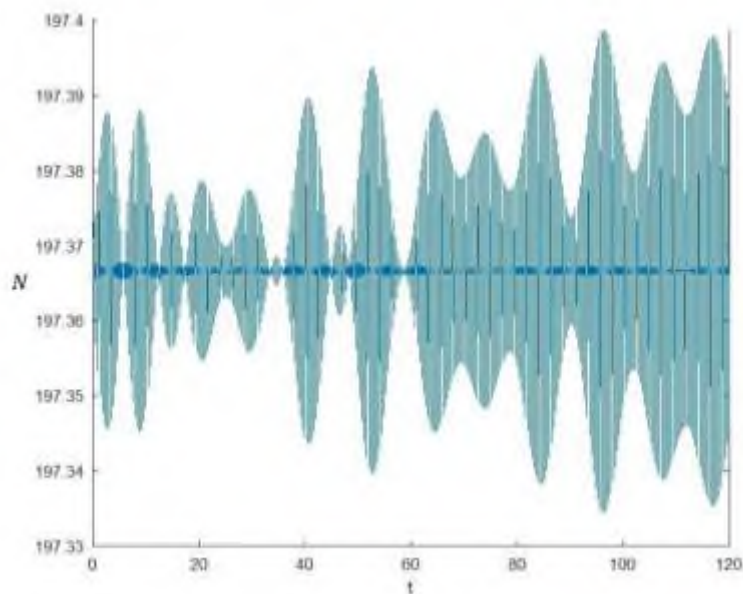
Но также существуют параметры, при которых происходит формирование диссипативных солитонов. В этих условиях подкачка энергии компенсирует диссипативные потери, что способствует стабилизации солитонов и поддержанию их структуры. Такие солитоны демонстрируют устойчивую локализованную форму и могут существовать длительное время, несмотря на влияние внешних факторов. Наиболее наглядные результаты численных экспериментов, демонстрирующие формирование диссипативных солитонов, представлены на рисунках 4-8, что соответствуют скорости солитона  $\nu=0.19$  и следующим значениям параметров:  $k_1 = 1, \alpha_1 = 0.39, \alpha_2 = 0.95, \beta_1 = 0.089, \beta_2 = 0.089, \lambda = 1, \gamma_1 = 1.74, \gamma_2 = 1.74, \varepsilon_0 = 0.49, \varepsilon_1=0.48, \varepsilon_2 = 0.15, \varepsilon_3 = 0.0099$ .



**Рис.4. Фазовый портрет системы (зависимость интеграла энергии от интеграла числа частиц и при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью  $\nu=0.19$ .)**



*Рис.5. Интеграл энергии солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.19$ .)*



*Рис.6. Интеграл числа частиц солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.19$ .)*

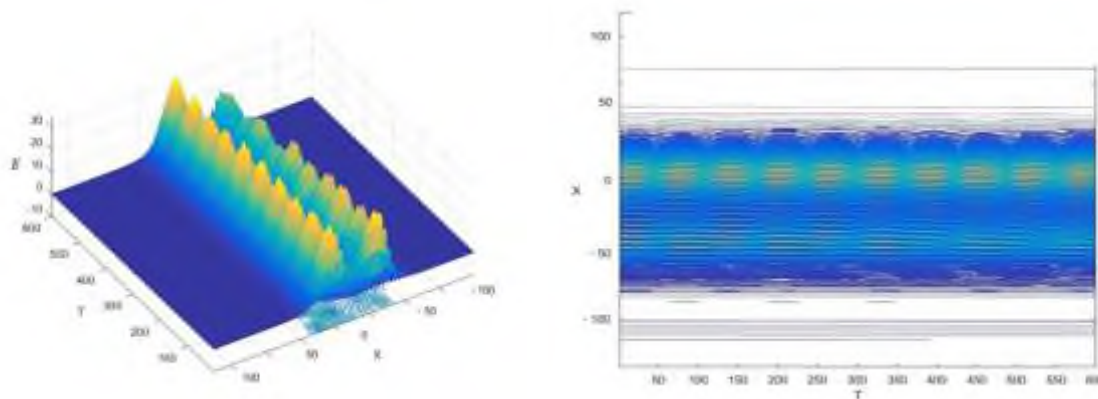


Рис.7. Эволюция плотности энергии солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.19$ ).

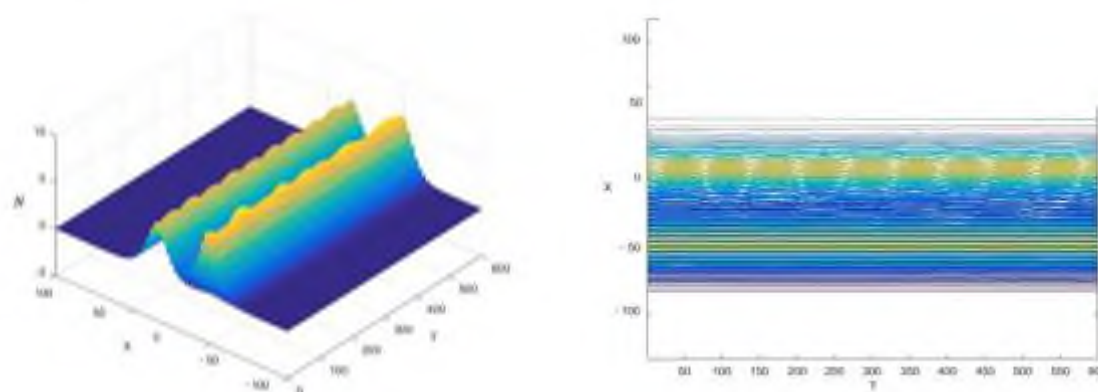


Рис.8. Эволюция плотности числа частиц солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.19$ )

Как известно, странный аттрактор — это сложная динамическая структура, которая возникает в нелинейных системах, характеризующихся хаотическим поведением. В контексте диссипативных солитонов, как указано в книге под редакцией Н. Ахмедиева и А. Анкевича [16], странные аттракторы описывают траектории, которые, несмотря на кажущуюся хаотичность, ограничены в фазовом пространстве и имеют определённую структуру. В моделировании динамических систем они часто свидетельствуют о переходе к устойчивым, но хаотическим режимам. Фазовые траектории таких систем заполняют ограниченные области фазового пространства, что указывает на их сложное, но регулярное поведение (Рис. 4). В то же время интеграл энергии и интеграл числа частиц сохраняются с высокой степенью точности, что подтверждает корректность численного моделирования (см. рис. 5,6). В рисунке 7 и 8 наблюдается, что солитон остаётся пространственно локализованным и проявляет пульсирующее поведение, характерное для диссипативных солитонов [15,16]. Так же энергия связи компонентов диссипативного солитоноподобного решения оказывается значительной и оценивается примерно в 13 %, что подчёркивает важность взаимодействия в формировании устойчивой структуры. Таким образом, численное моделирование многосолитонного решения (3) ВНУШ с самосогласованным потенциалом, с учётом диссипации и подкачки внешними полями (5), демонстрирует динамику долгоживущих диссипативных солитонов, то есть когерентных структур многосолитонного решения (4). Солитоны сохраняют пространственную локализацию, при этом наблюдается пульсирующее поведение, что подтверждает устойчивость когерентных структур в условиях внешнего воздействия. Важно отметить, что полученные в ходе данного исследования данные, а также предыдущие результаты подтверждают, что динамика диссипативных солитоноподобных объектов, многосолитонных решений ВНУШ с самосогласованным потенциалом устойчива при учёте диссипации и подкачки внешними полями. Полученные результаты дают возможность глубже понять механизмы формирования и поддержания многосолитонных решений, что открывает перспективы для дальнейших исследований в областях нелинейной оптики, физики плазмы и конденсированных сред.



## ЛИТЕРАТУРА:

1. Славнов Н.А. Одномерный двухкомпонентный бозе-газ и алгебраический анзац Бете / Славнов Н.А. // Теоретическая и математическая физика. – 183, №3. – С. 409-433.
2. Khanh N.Q. Magnetoplasma oscillations of a two-dimensional, two-component plasma / Khanh N.Q. // Modern Physics Letters B. – 1996. – V. 10, No. 16. – P. 737-744.
3. Bandrauk A.D. Laser control of molecular ionization with intense short laser pulses / Bandrauk A.D., Yu H.T. // International Journal of Mass Spectrometry. – 1999. – V. 192, No. 1-3. – P. 379-386.
4. Salamin Y.I. Covariant electron dynamics in two interfering laser beams: analysis of the vacuum beat wave accelerator / Salamin Y.I. // Physics Letters A. – 2000. – V. 270, No. 3-4. – P. 115-121.
5. Colin T. A numerical model for light interaction with a two-level atom medium / Colin T., Nkonga B. // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2004. – V. 188, No. 1-2. – P. 92-118.
6. Makhankov V.G. On stationary solutions of Schrödinger equation with a self-consistent potential satisfying Boussinesq's equations / Makhankov V.G. // Physics Letters – 1974. - Vol. 50. - No. 1. – pp. 42-44.
7. Муминов Х.Х. Системы уравнений для ферромагнетиков с обменной и одноионной анизотропией / Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х. // Физика твердого тела. – 1992. – Т. 34, №2. – С. 544-547.
8. Муминов Х.Х. Общие динамические уравнения в пространстве  $SU(2S+1)/SU(2S) \times U(1)$  и легкоосный магнетик со спином  $S=3/2$  / Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х. // Физика твердого тела. – 1992. – №2. – С. 429.
9. Маханьков В.Г. Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованными потенциалами / Дубровин Б.А., Маланюк Т.М., Кричевер И.М., Маханьков В.Г. // ЭЧАЯ. – 1988. – Т. 19, №3. – С. 579-621.
10. Маханьков В.Г. Солитоны и численный эксперимент / Маханьков В.Г. // ЭЧАЯ. – 1983. - Т.14. - В.1. - С. 123-180.
11. Рахимов Ф.К. Двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями / Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х., Рахимов Ф.К., Маханьков В.Г. // Журнал технической физики. – 1995. – Т. 65, №6. – С. 191-196.
12. Муминов Х.Х. Новый тип двухсолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шредингера со смешанными граничными условиями / Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х. // Журнал технической физики. – 1993. – Т. 63, №3. – С. 18-185.
13. Мухамедова Ш.Ф. Численное моделирование многосолитонного решения векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом / Муминов Х.Х., Мухамедова Ш.Ф., Асгари-Ларими М. // Известия Академии наук Республики Таджикистан. – 2018. – №1(170). – С. 33-49.
14. Мухамедова Ш.Ф. Численное моделирование многосолитонного решения векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом / Мухамедова Ш.Ф., Муминов Х.Х., Асгари-Ларими М. // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – 2018. – №2(171). – С. 62-76.
15. Kazuhiro Nozaki. Chaos in a Perturbed Nonlinear Schrodinger Equation / Kazuhiro Nozaki, Naoaki Bekki. // Modern Physics Letters B. – 1983. – V. 50, No. 17. – P. 1227-1229.
16. Диссипативные солитоны / Под ред. Н. Ахмедиева, А.Анкевича.–М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 504 с.

## REFERENCES:

1. Slavnov N.A. One-dimensional two-component Bose gas and algebraic Bethe ansatz / Slavnov N.A. // Theoretical and Mathematical Physics. – 183, No. 3. – P. 409-433.
2. Khanh N.Q. Magnetoplasma oscillations of a two-dimensional, two-component plasma / Khanh N.Q. // Modern Physics Letters B. – 1996. – V. 10, No. 16. – P. 737-744.
3. Bandrauk A.D. Laser control of molecular ionization with intense short laser pulses / Bandrauk A.D., Yu H.T. // International Journal of Mass Spectrometry. – 1999. – V. 192, No. 1-3. – P. 379-386.
4. Salamin Y.I. Covariant electron dynamics in two interfering laser beams: analysis of the vacuum beat wave accelerator / Salamin Y.I. // Physics Letters A. – 2000. – V. 270, No. 3-4. – P. 115-121.
5. Colin T. A numerical model for light interaction with a two-level atom medium / Colin T., Nkonga B. // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2004. – V. 188, No. 1-2. – P. 92-118.

6. Makhankov V.G. On stationary solutions of Schrödinger equation with a self-consistent potential satisfying Boussinesq's equations / Makhankov V.G. // *Physics Letters*. – 1974. – Vol. 50, No. 1. – P. 42-44.
7. Muminov Kh.Kh. Systems of equations for ferromagnets with exchange and single-ion anisotropy / Abdulloev Kh.O., Maksudov A.T., Muminov Kh.Kh. // *Physics of the Solid State*. – 1992. – Vol. 34, No. 2. – P. 544-547.
8. Muminov Kh.Kh. General dynamic equations in the space  $SU(2S+1)/SU(2S) \times U(1)$  and easy-axis magnet with spin  $S=3/2$  / Abdulloev Kh.O., Maksudov A.T., Muminov Kh.Kh. // *Physics of the Solid State*. – 1992. – No. 2. – P. 429.
9. Makhankov V.G. Exact solutions of the nonstationary Schrödinger equation with self-consistent potentials / Dubrovkin B.A., Malanyuk T.M., Krichever I.M., Makhankov V.G. // *Elementary Particle and Atomic Nuclei*. – 1988. – Vol. 19, No. 3. – P. 579-621.
10. Makhankov V.G. Solitons and numerical experiments / Makhankov V.G. // *Elementary Particle and Atomic Nuclei*. – 1983. – Vol. 14, No. 1. – P. 123-180.
11. Rakhimov F.K. Two-soliton solutions of the scalar nonlinear Schrödinger equation with condensate boundary conditions / Abdulloev Kh.O., Maksudov A.T., Muminov Kh.Kh., Rakhimov F.K., Makhankov V.G. // *Journal of Technical Physics*. – 1995. – Vol. 65, No. 6. – P. 191-196.
12. Muminov Kh.Kh. A new type of two-soliton solutions of the vector nonlinear Schrödinger equation with mixed boundary conditions / Abdulloev Kh.O., Maksudov A.T., Muminov Kh.Kh. // *Journal of Technical Physics*. – 1993. – Vol. 63, No. 3. – P. 18-185.
13. Mukhameova Sh.F. Numerical modeling of multisoliton solutions of the vector nonlinear Schrödinger equation with a self-consistent potential / Muminov Kh.Kh., Mukhameova Sh.F., Asgari-Larimi M. // *Bulletin of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*. – 2018. – No. 1(170). – P. 33-49.
14. Mukhameova Sh.F. Numerical modeling of multisoliton solutions of the vector nonlinear Schrödinger equation with a self-consistent potential / Mukhameova Sh.F., Muminov Kh.Kh., Asgari-Larimi M. // *Bulletin of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. Department of Physical-Mathematical, Chemical, Geological, and Technical Sciences*. – 2018. – No. 2(171). – P. 62-76.
15. Kazuhiro Nozaki. Chaos in a Perturbed Nonlinear Schrödinger Equation / Kazuhiro Nozaki, Naoaki Bekki. // *Modern Physics Letters B*. – 1983. – V. 50, No. 17. – P. 1227-1229.
16. *Dissipative Solitons* / Edited by N. Akhmediev, A. Ankiewicz. – Moscow: Fizmatlit, 2008. – 504 p.