

1.3.[01.04.00] ИЛМҲОИ ФИЗИКА
1.3.[01.04.00] ФИЗИЧЕСКИЕ НАУКИ
1.3.[01.04.00] PHYSICAL SCIENCES

1.3.8.[01.04.07]ФИЗИКАИ ҲОЛАТҲОИ КОНДЕНСӢ
1.3.8.[01.04.07]ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
1.3.8.[01.04.07]CONDENSED MATTER PHYSICS

УДК 541.123

**ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА
НЕЙТРОНОВ В
СОЛИТОННЫХ
ПОТЕНЦИАЛАХ: ОТ
МАГНЕТИКОВ ДО
НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

Рахими Фарход Кодир, академик НАН Таджикистана, д.ф.-м.н., профессор, председатель Комитета по начальному и среднему профессиональному образованию при Правительстве Таджикистана; Имом Мирахмади Шарофиддин, заведующий кафедрой Международного центра ядерных исследований Физико-технического института имени С.У. Умарова НАН Таджикистана; Одинаев Субхонджон Фатхуллоевич, научный сотрудник Международного центра ядерных исследований Физико-технического института имени С.У. Умарова НАН Таджикистана; Пирзода Баходур Пирмахмад, ассистент кафедры математики и физики Таджикского педагогического университета в Раитском районе (Таджикистан, Душанбе)

**ДИНАМИКАИ МАВҶИИ
НЕЙТРОНҲО ДАР
ПОТЕНСИАЛҲОИ
СОЛИТОНӢ: АЗ
МАГНЕТИКҲО TO
СИСТЕМАҲОИ
ҒАЙРИХАТӢ**

Фарход Раҳимӣ Кодир, Академики АМИ Тоҷикистон, д.и.ф.-м., профессор, раиси Кумитаи таҳсилоти ибтидоӣ ва миёнаи касбии назди Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон; Имом Мираҳмади Шарофиддин, мудири Маркази байналмилалӣ тадқиқотҳои ядроии Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умарови АМИ Тоҷикистон; Одинаев Субҳонҷон Фатҳуллоевич, ходими илмӣ Маркази байналмилалӣ тадқиқотҳои ядроии Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИ Тоҷикистон; Пирзода Баҳодур Гулмаҳмад, ассистенти кафедраи математика – физикаи Донишгоҳи омӯзгорӣ Тоҷикистон;

**WAVE DYNAMICS
OF NEUTRONS IN
SOLITONIC POTENTIALS:
FROM MAGNETICS TO
NONLINEAR SYSTEMS**

Rakhimi Farhod Kodir Academician of the National Academy of Sciences of Tajikistan, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Chairman of the Committee for Primary and Secondary Vocational Education under the Government of Tajikistan. e-mail: frahimi-2002@mail.ru, Imom Mirahmadi Sharofiddin - Head of the International Center for Nuclear Research of the S.U. Umarov Physical and Technical Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan, e-mail: emmirshar@gmail.com. Odinaev Subkhonjon Fatkhulloevich - Senior Researcher of the International Center for Nuclear Research of the Physical and Technical Institute named after S.U. Umarov of the National Academy of Sciences of Tajikistan, e-mail: subhon93@mail.ru; Pirzoda Bahodur Pirmahmad, assistant at the department of mathematics - physics, Tajik Pedagogical University in Rasht region, E- mail: pirov.bahodur@mail.ru

Ключевые слова: нейтроны, солитоны, потенциал Нишикавы, потенциал Яджимы-Ойкавы, нелинейное уравнение Шредингера, квантовое туннелирование.

В статье представлено комплексное исследование отражения нейтронов от различных типов солитонных потенциалов, включая спиновые солитоны в магнетиках Гейзенберга, а также потенциалы Яджимы-Ойкавы и Нишикавы. Особое внимание уделено влиянию симметрии и асимметрии потенциалов на характер взаимодействия, формирование интерференционных узоров и квантовое туннелирование. Проведённый анализ позволяет выявить ключевые закономерности динамики нейтронных волн в локализованных потенциальных структурах. Полученные результаты имеют практическое значение для диагностики материалов, моделирования нелинейных процессов в плазме и разработки методов квантового управления.

Калидвожаҳо: Нейтронҳо, солитонҳо, потенциали Нишикава, потенциали Яджима-Ойкава, муодилаи ғайрихаттии Шрёдингер, туннелкунии квантӣ.

Дар мақола таҳқиқоти ҳамаҷонибаи инъикоси нейтронҳо аз намудҳои гуногуни потенциалҳои солитонӣ, аз ҷумла солитонҳои спинӣ дар магнетикҳои Гейзенберг, инчунин масъалаи потенциалҳои Яджима-Ойкава ва Нишикава пешниҳод карда мешавад. Ба таври махсус ба таъсири симметрия ва асимметрия дар потенциалҳо ба хусусиятҳои ҳамкориҳои онҳо, таашаккули нақшҳои интерференсионӣ ва туннелкунии квантӣ диққати хоса дода шудааст. Таҳлили гузаронидашуда имкон медиҳад, ки қонуниятҳои асосии динамикаи мавҷҳои нейтронӣ дар сохторҳои потенциалӣ маҳдуд муайян карда шаванд. Натиҷаҳои бадастомада дорои аҳамияти амалӣ барои таъхиси маводҳо, моделсозии равандҳои ғайрихаттӣ дар плазма ва таҳияи усулҳои идоракунии квантӣ мебошанд.

Key words: neutrons, solitons, Nishikawa potential, Yajima-Oikawa potential, nonlinear Schrödinger equation, quantum tunneling.

The article presents a comprehensive study of neutron reflection from various types of solitonic potentials, including spin solitons in Heisenberg magnets, as well as the Yajima-Oikawa and Nishikawa potentials. Special attention is given to the influence of potential symmetry and asymmetry on the nature of interactions, the formation of interference patterns, and quantum tunneling. The conducted analysis reveals key patterns in the dynamics of neutron waves in localized potential structures. The obtained results have practical significance for material diagnostics, modeling nonlinear processes in plasma, and developing quantum control methods.

Введение. Солитоны представляют собой устойчивые волновые структуры, которые сохраняют свою форму при распространении и взаимодействии. Они играют важную роль в широком спектре физических систем: от магнитных материалов до плазмы и оптических волноводов. Нейтроны, обладая как корпускулярными, так и волновыми свойствами, являются уникальным инструментом для изучения таких нелинейных структур. Взаимодействие нейтронов с солитонами позволяет исследовать свойства среды, динамику нелинейных процессов и потенциальные приложения в материаловедении и квантовых технологиях. Взаимодействие нейтронов с солитонами открывает новые перспективы для изучения нелинейных явлений в конденсированных средах и плазме. Эти исследования способствуют созданию новых материалов с управляемыми характеристиками, улучшению методов диагностики и пониманию фундаментальных процессов, таких как квантовое туннелирование и интерференция.

Целью данной работы является исследование особенностей отражения нейтронов от солитонов, описываемых в рамках различных физических моделей, таких как магнетики Гейзенберга, потенциалы Яджимы-Ойкавы и Нишикавы. Особое внимание уделено влиянию формы потенциала на характер рассеяния нейтронов, интерференционные эффекты и возможность туннелирования. Исследование взаимодействия нейтронов с солитонами основано на богатой научной базе, охватывающей теорию солитонов, их математическое описание и экспериментальные методы анализа.

Солитоны впервые были описаны в работах Забуски и Крускала (1965) [1], Дразина и Джонсона (1989) [13] которые исследовали устойчивые нелинейные волны в физических системах. Их идеи были расширены на магнитные системы, где солитоны связаны с динамикой спиновых волн, как показано в классических исследованиях Ландау и Лифшица (1973) [2], Питаевский и Лифшица [12], а также Фаддеева и Тахтаджяна (1977) [3], которые разработали гамильтоновы модели для спиновых систем. Важную роль в описании солитонов в системах с нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ) сыграли работы Захарова и Шабата (1972) [4] и М. Абловец и Х.Сегур (1981) [11]. Они предложили методы решения НУШ, включая симметричные решения типа sech^2 , применимые к оптическим и квантовым системам. Развитие этой идеи привело к введению модели Яджимы и Ойкавы (1976) [5], которая описывает взаимодействие двух компонент в нелинейных средах. Асимметричные потенциалы, такие как $1 - \tanh^2$, были предложены Нишикавой (1980) [6] для моделирования локализованных структур в плазме.

Методы нейтронного рассеяния, используемые для анализа взаимодействий с солитонами, были разработаны начиная с работы Ферми (1946), где нейтроны рассматривались как инструмент диагностики материалов. В дальнейшем, исследования Блюма (1963) [7] и Кьемса (1980) [8] показали, что нейтронное рассеяние эффективно для изучения магнитных солитонов в магнетиках Гейзенберга. В работах Мука (1985) и Фелбера (2000) [9] и Бойда [14] было показано, что нейтроны способны проникать через локализованные потенциальные барьеры, демонстрируя эффекты туннелирования и интерференции. Численные методы, такие как спектральные и конечные разностные подходы,

активно используются для моделирования взаимодействий нейтронов с нелинейными структурами. В частности, работы Трефетена (2000) [10] и Бойда (2001) [11] подробно описывают численные методы, подходящие для анализа солитонов и их взаимодействий с частицами.

Таким образом, обзор литературы подчёркивает, что изучение взаимодействия нейтронов с солитонами опирается на фундаментальные исследования в области теории солитонов (Захаров и Шабат, 1972; Яджима и Ойкава, 1976; Нишикава, 1980), экспериментального нейтронного рассеяния (Блум, 1963; Кьемс, 1980) и современных численных методов анализа (Трефетен, 2000; Бойд, 2001). Эти работы создают теоретическую и методологическую основу для исследования механизмов отражения, туннелирования и интерференции нейтронов в присутствии солитонов.

Методика исследования. В настоящем исследовании была разработана и применена методика расчета взаимодействий нейтронов с солитонами в нелинейной среде. Основой подхода является математическая модель, описывающая поведение нейтронов в среде с солитонами, учитывающая их пространственно-временную эволюцию и взаимодействие с нелинейными волновыми структурами.

Отражение нейтронов от солитонов связано с взаимодействием нейтронов с потенциалом, создаваемым солитонной структурой в среде. Это явление можно рассматривать в контексте физики конденсированных сред, плазмы или оптических систем, где солитоны представляют собой устойчивые волновые структуры. В основе процесса лежат волновые и квантово-механические свойства нейтронов.

Отражение нейтронов от солитонов — сложный физический процесс, зависящий от параметров среды, характеристик солитона и энергии нейтронов. Для его точного анализа часто применяются численные расчёты и модели, основанные на решении квантово-механических уравнений.

Отражение нейтронов от солитонов можно объяснить просто, если представить, что нейтрон — это маленькая частица, которая движется по прямой, а солитон — это особая «волновая стена» или структура, созданная в какой-то среде, например, в жидкости, газе или магнитном поле.

При столкновении нейтрона с данной волновой стеной (солитоном) наблюдаются следующие явления:

1. Солитон как барьер: Солитон действует как преграда, которая может либо «оттолкнуть» нейтрон, либо пропустить его. Это зависит от энергии нейтрона и свойств солитона.

- Если энергия нейтрона мала, он скорее всего отразится.

- Если энергия достаточно велика, нейтрон может пройти сквозь солитон.

2. Похожесть на прыжок мяча: Представьте, что вы бросаете мяч в стену. Если мяч движется медленно, он просто отскочит. Если он движется быстро, он может пробить стену (в случае солитона это значит, что нейтрон проходит через него).

3. Квантовые волны: Нейтрон не просто частица, но и волна. Когда он сталкивается с солитоном, его волновая природа создаёт интересные эффекты:

- Часть волны может отразиться, а часть пройти через солитон.

- Иногда возникают сложные узоры (интерференция), если солитон имеет много частей или волн.

4. Пример с водой: Представьте, что вы кидаете камешек в воду, а в воде уже есть большая, движущаяся волна (солитон). Камешек (нейтрон) сталкивается с этой волной и может либо отскочить, либо пройти сквозь неё, изменив направление.

По сути, отражение нейтронов от солитонов — это процесс, в котором энергия, скорость и природа взаимодействия определяют, как нейтрон поведёт себя при встрече с солитоном.

Как известно, при микроскопическом описании свойств магнитных кристаллов часто используют модель Гейзенберга. Основываясь на ней, полагают, что гамильтониан кристалла, позволяющий учитывать анизотропию магнитных взаимодействий, имеет вид:

$$\hat{H} = - \sum_{jj'} \left(J_1(j-j') \hat{S}_j^x \hat{S}_{j'}^x + J_2(j-j') \hat{S}_j^y \hat{S}_{j'}^y + J_3(j-j') \hat{S}_j^z \hat{S}_{j'}^z \right), \quad (1)$$

где j - номер узла кристаллической решетки,

S_i^j - оператор спина атома в этом узле.

Набор обменных интегралов J_i ($j - j'$) - полностью характеризует взаимодействие, обеспечивающее магнитное упорядочение в кристалле.

Если учитывать взаимодействия лишь ближайших соседей в одномерном кристалле, то гамильтониан (1) можно привести к виду

$$\hat{H} = -\sum_j \left(J_1 \hat{S}_j^x \hat{S}_{j+1}^x + J_2 \hat{S}_j^y \hat{S}_{j+1}^y + J_3 \hat{S}_j^z \hat{S}_{j+1}^z \right) \quad (2)$$

Если $J_1 = J_2 = J_3$, магнетик называется изотропным, если $J_1 = J_2 \neq J_3$, то одноосным анизотропным. Перепишем гамильтониан (2) для одноосного случая:

$$\hat{H} = -J_0 \sum_j \left(\hat{S}_j^x \hat{S}_{j+1}^x + \hat{S}_j^y \hat{S}_{j+1}^y + \delta \hat{S}_j^z \hat{S}_{j+1}^z \right), \quad (3)$$

где $\delta = \frac{J_3 - J_1}{J_0}$ - константа обменной анизотропии.

Динамика поля $\vec{M}(r, t)$ описывается уравнением Ландау-Лифшица, которое в отсутствие диссипации имеет вид:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \frac{2\mu_0}{\hbar} [\vec{H}, \vec{M}] \vec{H} = -\frac{\delta E}{\delta \vec{M}}, \quad (4)$$

где $\hbar$ - постоянная Планка.

Записывая гамильтониан (5), следует иметь в виду, что обменное взаимодействие по своей природе изотропно, и величины J_0, J_3 не сильно различаются. Поэтому иногда необходимо учитывать не только обменную анизотропию, но и так называемую одноионную анизотропию, представляя гамильтониан в виде

$$\hat{H} = -J_0 \sum_j \left(\hat{S}_j \hat{S}_{j+1} + \bar{\delta} \hat{S}_j^z \hat{S}_{j+1}^z \right). \quad (5)$$

Часто в физике при исследовании нелинейных волновых явлений возникают системы дифференциальных уравнений, моделирующих взаимодействие конечного числа волн или волновых пакетов. Одной из таких наиболее распространенных систем является скалярное НУШ

$$i\Psi_t + \Psi_{xx} + U(x, t)\Psi = 0, \quad (6)$$

описывающее самодействие пакета ВЧ-волн, в частности, самодействие спиновых волн в ферромагнетиках, экситонов в молекулярных кристаллах, ленгмюровских волн в плазме и т.д.

Естественным обобщением (6) является система, описывающая взаимодействие пакета ВЧ-волн $\Psi(x, t)$ с НЧ-волной $U(x, t)$. Наиболее естественным обобщением (6) является переход от скалярного варианта НУШ к векторному:

$$i\Psi_{jt} + \Psi_{jxx} + U\Psi_j = 0, \quad (7)$$

в котором роль потенциала выполняет H -волна, описываемая одним из следующих уравнений:

$$(\partial_t + \partial_x)U = |\Psi|_x^2 \quad (\text{Яджима-Ойкава}) \quad (8)$$

$$(\partial_t + \partial_x + \alpha \partial_x^2 + \beta U \partial_x)U = |\Psi|_x^2 \quad (\text{Нишикава}) \quad (9)$$

Эти уравнения возникают в качестве нелинейного приближения при упрощении многих сложных уравнений, например, при исследовании уравнений динамики намагниченности в магнетиках. Эти уравнения также находят применение в физике плазмы, где они моделируют в частности взаимодействие ленгмюровских волн. Особенно большой интерес представляет получение и исследование новых, ранее неизвестных решений некоторых версий НУШ [15-17]. Как известно, широкий класс нелинейных явлений физики конденсированного состояния, плазмы, нелинейной оптики и т.д. описывается этим же уравнением. Как показали экспериментальные результаты, распространение оптических импульсов в волоконных световодах очень точно описывается НУШ.

Для передачи информации в волоконных световодах предпочтение отдается многосолитонным конфигурациям, исключающим переход к линейному режиму с существенным подавлением дисперсии. В связи с этим представляет интерес нахождение новых многосолитонных решений НУШ, которые в частном случае можно использовать в качестве носителя информации в световолокне.

В настоящем параграфе, используя метод делинеаризации, который был разработан в [18], нами построены и исследованы двухсолитонные неубывающие решения СНУШ с потенциалами,

которые описываются уравнениями (8) и (9).

В рамках этой теории рациональная функция $E(k)$ и условия самосогласования для потенциала $\Phi(x,t)$, который описывается уравнениями Яджима - Ойкава, имеют следующий вид:

$$E(k) = k^2 + \alpha k + \varepsilon \frac{b^2}{k - k_1} \quad (10)$$

и

$$\frac{U_t}{2} + \alpha \frac{U_x}{2} = \varepsilon |\Phi(x,t)_x|^2 - \left(\sum_{i,j=1}^2 \Psi_i E_{ij} \Psi_j \right)_x, \quad (11)$$

где сама рациональная функция $E(k)$ и условие самосогласования для исходного потенциала, описываемые уравнением (10), записываются соотношениями:

$$E(k) = k^3 + \beta k + \gamma k + \frac{\varepsilon b^2}{k - k_1} \quad (12)$$

и

$$\begin{aligned} & \frac{3}{8} U_{tt} - \frac{1}{8} (U_{xx} - 6UU_x)_x + \beta \frac{U_{tx}}{2} + \gamma \frac{U_{xx}}{2} = \\ & = \varepsilon |\Psi|_{xx}^2 - \left(\sum_{i,j=1}^2 \bar{\Psi}_i E_{ij} \Psi_j \right)_{xx}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$E_{ij} = C_{ij} (E(\bar{\kappa}_j) - E(\kappa_i)) \quad (14)$$

Для построения неубывающих (осциллирующих) при $|x| \rightarrow \infty$ решений НУШ возьмем функцию $E(K)$ следующего вида:

$$E(k) = k + \varepsilon \frac{b^2}{k - k_1} \quad (15)$$

Эрмитова форма (E_{ij}) вида (14) обязана быть нулевой. Другими словами, должны выполняться условия склейки:

$$\overline{E(\kappa_i)} - E(\kappa_j) \quad C_{ij} \neq 0 \quad (16)$$

Для начала матрицу (C_{ij}) примем в диагональном виде:

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Решения этих уравнений дают такие результаты:

$$(\alpha_1 - k_1)^2 + \beta_1^2 = \varepsilon b^2 \quad (18)$$

$$(\alpha_2 - k_1)^2 + \beta_2^2 = \varepsilon b^2$$

Отсюда видно, что ε и κ_1, κ_2 лежат на окружности с центром в точке k вещественной оси. При выборе матрицы (17) мы приходим к решению НУШ с отталкиванием:

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} + 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = 0 \quad (19)$$

В явном виде решение уравнения (19) выражается следующим образом:

$$\varphi = b \left[1 + \frac{B_3 \operatorname{ch}(\beta^-(x + v^-t) - h_3) + B_4 e^{\beta^+(x + v^+t)}}{B_1 \operatorname{ch}(\beta^+(x + v^+t) + h_1) + B_2 \operatorname{ch}(\beta^-(x + v^-t) + h_2)} \right] e^{ik_1(x + k_1t)}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}
B_1 &= \left(\frac{C_{11}C_{22}|\kappa_{12}|^2}{|\kappa_{12}|^2 \kappa_{11}\kappa_{22}} \right)^{1/2}; & e^{h_1} &= \left[\frac{|\kappa_{12}|^2}{C_{11}C_{22}\kappa_{22}|\bar{\kappa}_{12}|^2} \right]^{1/2} \\
B_2 &= \left(\frac{C_{11}C_{22}}{\kappa_{11}\kappa_{22}} \right)^{1/2}; & e^{h_2} &= \left(\frac{C_{11}\kappa_{11}}{C_{22}\kappa_{22}} \right)^{1/2} \\
B_3 &= \left(\frac{C_{11}C_{22}}{(k_1 - \kappa_2)(k_2 - \kappa_2)} \right)^{1/2}; & e^{-h_3} &= \left[\frac{C_{22}(k_1 - \kappa_2)}{C_{11}(k_1 - \kappa_1)} \right]^{1/2} \quad (21) \\
B_4 &= -\frac{\bar{\kappa}_{12}}{2} \left[\frac{1}{\kappa_{21}\kappa_{12}(k_1 - \kappa_1)} - \frac{1}{\kappa_{12}\kappa_{22}(k_1 - \kappa_1)} \right] \\
V^\pm &= \frac{2(\alpha_2\beta_2 \pm \alpha_1\beta_1)}{\beta_2 \pm \beta_1}; & \bar{\kappa}_{ij} &= \bar{\kappa}_i - \kappa_j
\end{aligned}$$

Численные расчёты проводились с использованием дискретной сетки значений координат, на которой вычислялись параметры потенциалов и взаимодействия нейтронной волны. Потенциалы Яджимы-Ойкавы и Нишикавы моделировались аналитическими функциями, содержащими гауссовы и осциллирующие компоненты. Расчёт взаимодействия нейтронной волны выполнялся с помощью гармонических функций с экспоненциальным затуханием. Для визуализации данных использовались стандартные методы построения графиков с интерполяцией и отображением поверхности, реализованные в библиотеке Matplotlib в языке Python. Таким образом, результаты моделирования позволяют проанализировать процесс взаимодействия нейтронов с солитонными структурами. В частности, в начале рассмотрим отражения нейтронов от солитонов магнетиков Гейзенберга, которое представлено на следующем графике:

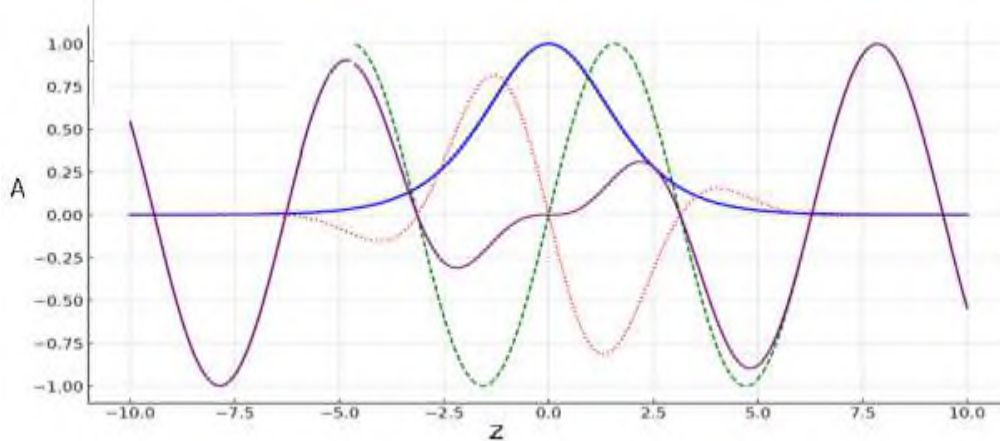


Рисунок 1. Отражение нейтронов от солитона в магнетике Гейзенберга.

Синяя линия представляет собой потенциал, создаваемый солитоном; зелёная пунктирная линия — волну инцидентного нейтрона; красная точечная линия — отражённую волну нейтрона; фиолетовая линия — суммарную волну, возникающую в результате интерференции инцидентной и отражённой волн. Ось z обозначает координату вдоль направления распространения волны, а ось A соответствует амплитуде волн. График демонстрирует (рис.1), как волна нейтрона взаимодействует с потенциалом солитона, порождая отражённые волны и создавая интерференционные узоры.

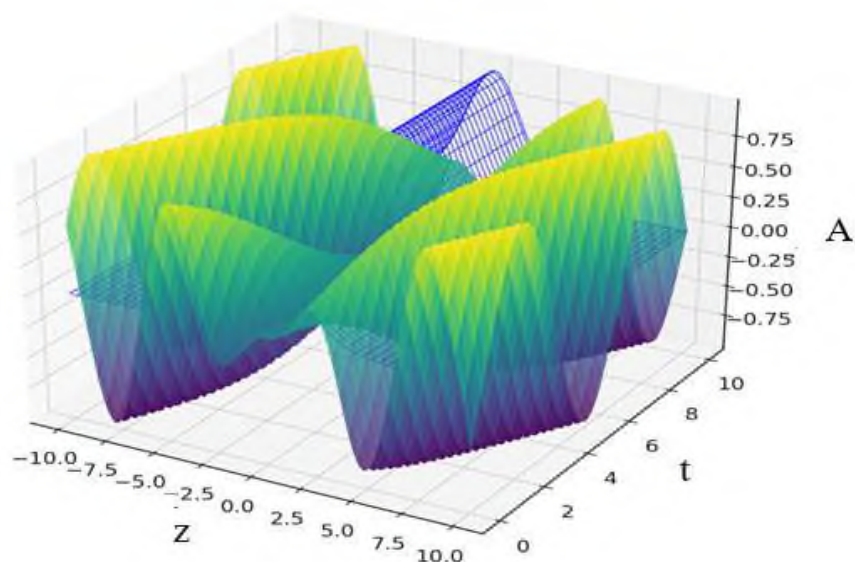


Рисунок.2. Взаимодействия нейтронной волны с солитоном в магнетике Гейзенберга

На 3D-графике (см. рис. 2) представлены взаимодействия нейтронной волны с солитоном в магнетике Гейзенберга: поверхность отображает суммарную волну, представляющую интерференцию инцидентной и отражённой волн в зависимости от времени и положения, а сетка показывает потенциал, создаваемый солитоном, как статическую структуру. Здесь ось z обозначает координату вдоль направления распространения волны, t – время, а ось A соответствует амплитуде волны. Данный график позволяет наглядно изучить динамику взаимодействия нейтронов с солитоном во времени и пространстве, выявляя сложные волновые узоры.

График отражения нейтронов от солитонов уравнения НУШ с потенциалом Яджима – Ойкава выглядит следующим образом:

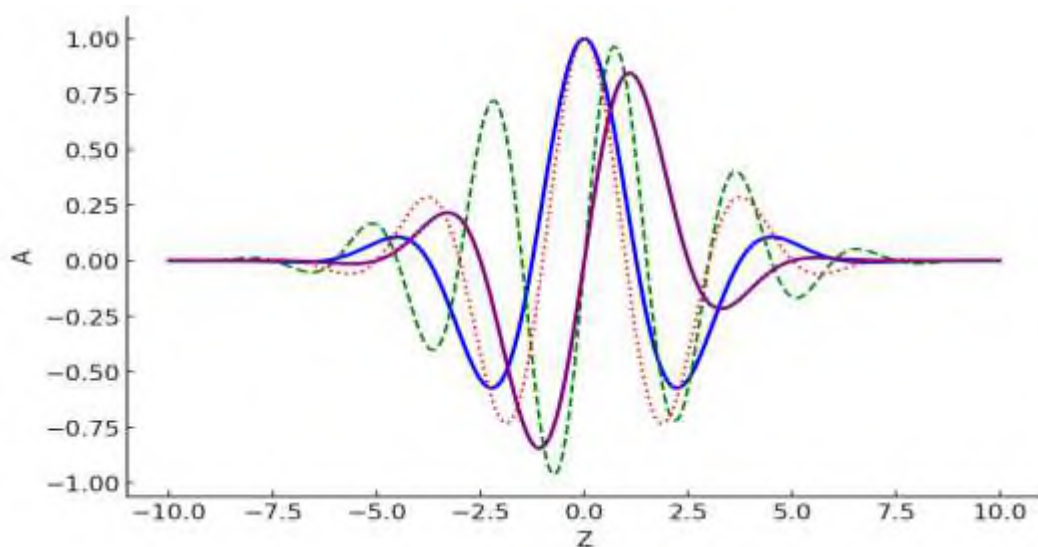


Рисунок 3. Отражение нейтронов от солитона, описанного потенциалом Яджимы-Ойкавы в рамках НУШ

На графике представлено отражение нейтронов от солитона, описанного потенциалом Яджимы-Ойкавы в рамках НУШ: синяя линия показывает потенциал Яджимы-Ойкавы в форме гауссовой функции; зелёная пунктирная линия представляет волну инцидентного нейтрона, взаимодействующего с солитоном; красная точечная линия соответствует отражённой волне нейтрона после взаимодействия; фиолетовая линия отображает суммарную волну, демонстрируя интерференцию инцидентной и отражённой волн. Данный график (рис.3) наглядно иллюстрирует изменения нейтронного поля при прохождении через солитонный потенциал. Потенциал Яджимы-

Ойкавы (Yajima-Oikawa) описывает взаимодействие между дисперсионной и недисперсионной компонентами в системах, связанных с НУШ. Это уравнение рассматривает как волновую динамику, так и нелинейные эффекты, возникающие при их взаимодействии. Потенциал Яджимы-Ойкавы используется для описания устойчивых солитонных решений в системах, где происходит рассеяние волновых пакетов в присутствии локализованных структур.

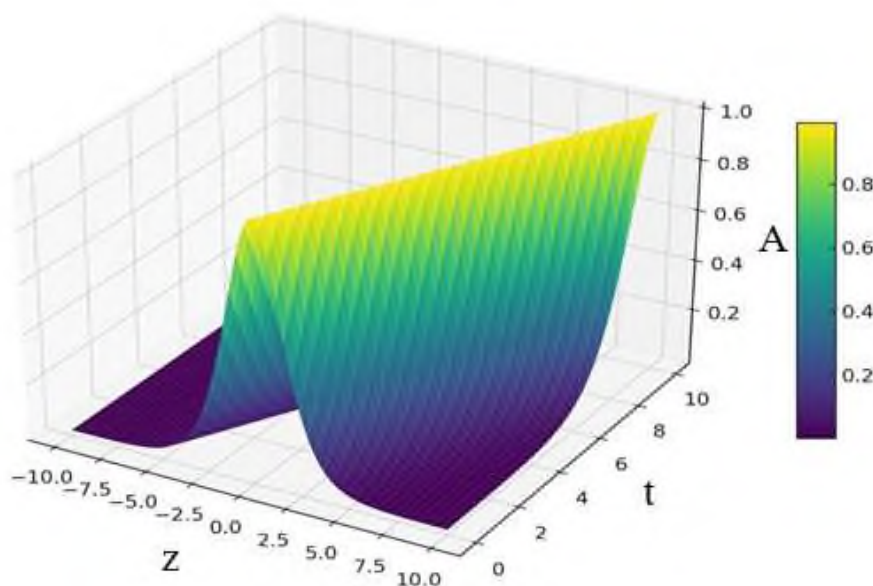


Рисунок 4. Динамика солитонного потенциала Яджимы-Ойкавы в зависимости от положения z и времени t

Рисунок 4 отражает динамику солитонного потенциала Яджимы-Ойкавы в зависимости от координаты z и времени t . Ось z представляет пространственное распределение потенциала, ось t — его временную эволюцию, демонстрируя движение солитона со скоростью v . Высота поверхности и цветовая карта визуализируют амплитуду потенциала $V(z,t)$, который локализован в форме гиперболического секанса. Этот график наглядно иллюстрирует устойчивость солитона и особенности его динамики. Этот график (рис.4.) наглядно демонстрирует, как выглядит и движется волновой «горбик» (солитон), описываемый потенциалом Яджимы-Ойкавы: как волна на воде, он перемещается в пространстве, но сохраняет свою форму. Ось z показывает его движение, ось t — течение времени, а цвет и высота отражают интенсивность потенциала. Такой устойчивый солитон встречается во многих физических системах, где важны долгоживущие структуры, например, в оптике, квантовой механике и гидродинамике.

График взаимодействия нейтронной волны с потенциалом Нишикавы (Nishikawa):

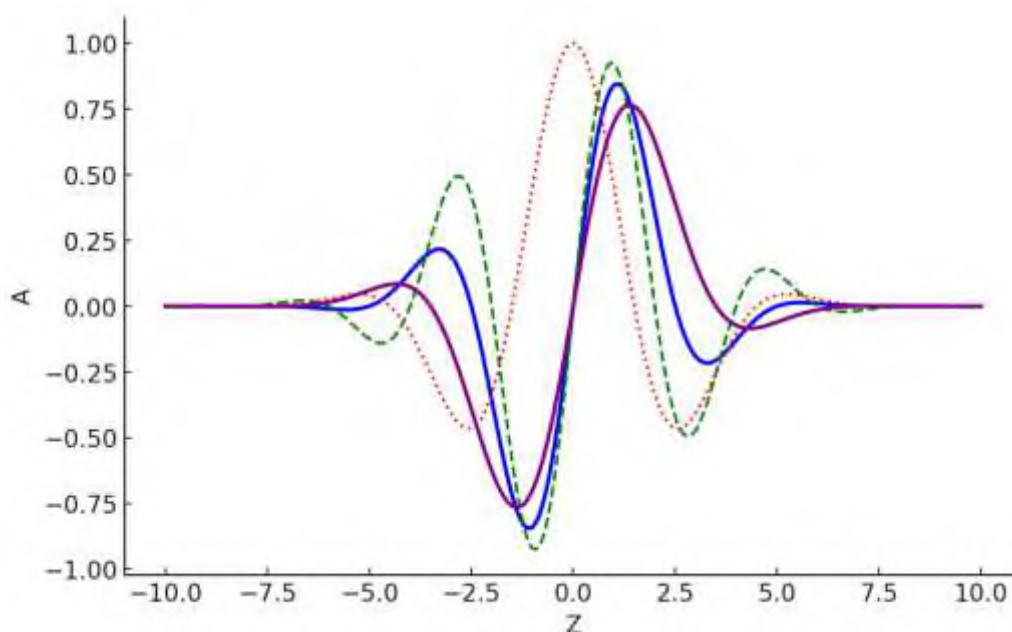


Рисунок 5. Взаимодействие нейтронной волны с потенциалом Нишикавы (Nishikawa), описывающим солитон в НУШ

На графике представлено взаимодействие нейтронной волны с потенциалом Нишикавы, описывающим солитон в НУШ: синяя линия показывает потенциал Нишикавы, характеризующийся гиперболическим тангенсом $\tanh^2$, который описывает локализованную структуру солитона; зелёная пунктирная линия представляет инцидентную волну нейтрона, направляющуюся к солитону; красная точечная линия отображает отражённую волну нейтрона после взаимодействия; фиолетовая линия демонстрирует суммарную волну, формирующуюся в результате интерференции инцидентной и отражённой волн. Этот график (рис.5) иллюстрирует влияние потенциала Нишикавы на поведение нейтронов, создавая сложные волновые узоры при их взаимодействии.

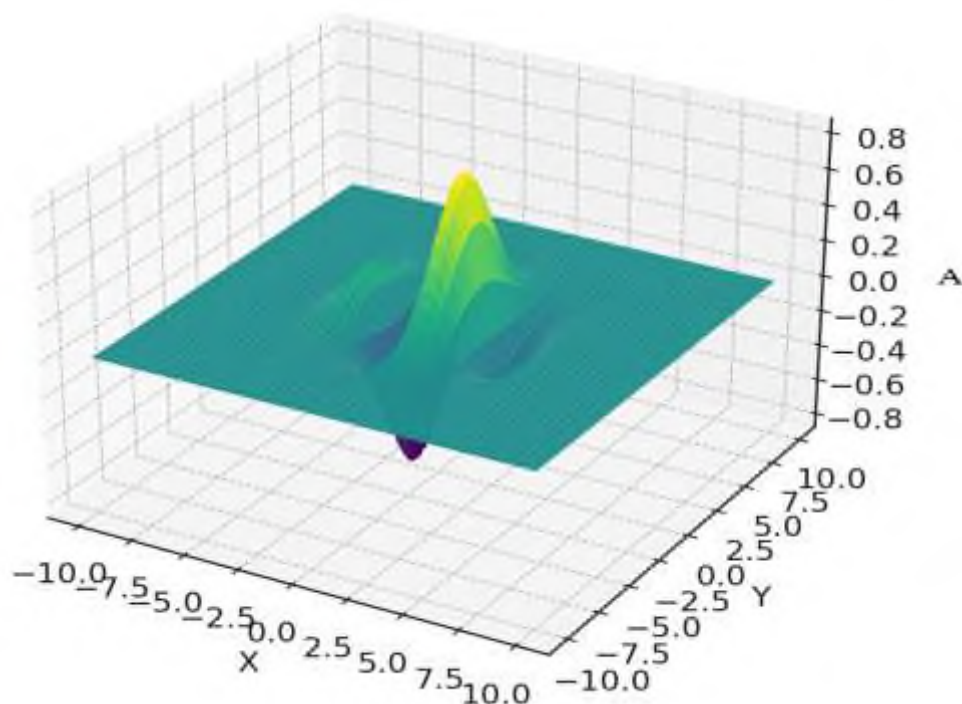


Рисунок 6. Отражение нейтронов от потенциала Нишикавы в зависимости от времени и положения

На 3D-графике (Рис. 6) представлено отражение нейтронов от потенциала Нишикавы в зависимости от времени и положения. Поверхность, отображённая цветовой картой, иллюстрирует суммарную волну, возникающую в результате интерференции инцидентной и отражённой волн, демонстрируя динамическое поведение нейтронов. Сетка, выделенная голубым контуром, представляет потенциал Нишикавы, который описывает локализованную структуру солитона и его влияние на нейтронные волны. Данный график наглядно раскрывает механизм взаимодействия нейтронов с солитонными структурами, позволяя глубже понять их динамику.

Проведём сравнительный анализ для выявления влияния различных параметров солитонных потенциалов на взаимодействие нейтронных волн, а также для оценки динамических характеристик отражения, прохождения и интерференции. Анализ позволит определить ключевые закономерности устойчивости и распространения волн в нелинейных средах, а также сравнить эффективность различных моделей описания солитонных структур.

Таблица 1.

Эффект	Магнетики Гейзенберга	Потенциал Яджима-Ойкава	Потенциал Нишикава
Отражение	Зависит от внешнего поля	Частичное, фазозависимое	Выраженное, амплитудозависимое
Интерференция	Стоячие волны	Чёткие когерентные картины	Сложные многомодовые картины
Туннелирование	Резонансное	Дискретные уровни	Усилено нелинейностью

Полученные результаты (Таблица 1.) показывают, что различия в структурах потенциалов и свойствах систем определяют характер взаимодействий. Эти эффекты могут быть полезны при моделировании квантовых систем, магнетиков и нелинейных оптических сред. Исследование демонстрирует, что волновая динамика нейтронов в солитонных потенциалах чувствительна к их форме и параметрам. Полученные результаты вносят вклад в теоретическое понимание квантового взаимодействия и открывают перспективы для практического применения в области материаловедения, диагностики и разработки квантовых технологий.

Далее построим график волновых функций нейтронов, рассчитанных методом конечных разностей и Рунге-Кутты, для наглядного представления их эволюции в заданном потенциале.

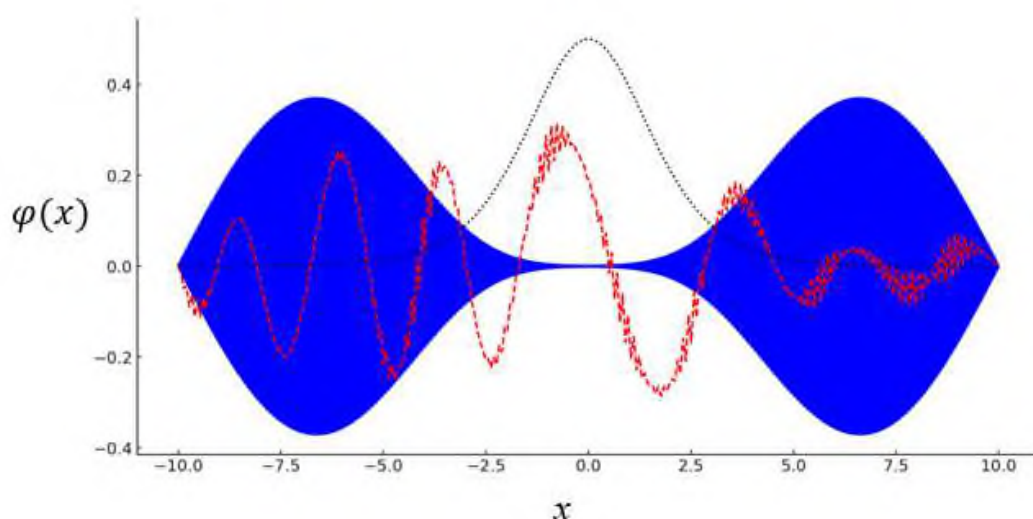


Рисунок 7. Поведение волновой функции нейтронов в потенциале Яджима-Ойкава ($\text{sech}^2(x)$) в рамках квантовомеханической модели

На данном графике (см. рис.7) представлены результаты численного моделирования волновых функций нейтронов в потенциале Яджима-Ойкава: синяя линия отображает волновую функцию, рассчитанную методом конечных разностей для основного состояния нейтрона; красная пунктирная линия представляет волновую функцию, полученную методом Рунге-Кутты после временной эволюции; чёрная пунктирная линия показывает масштабированный потенциал $V(x)$ для удобства

визуализации. Данный график (рис.7) позволяет детально проанализировать динамику волновых функций нейтронов и их взаимодействие с потенциалом. Он демонстрирует поведение волновой функции нейтронов в потенциале Яджимы-Ойкавы $\text{sech}^2(x)$ в рамках квантовомеханической модели, показывая следующие аспекты:

1. Волновая функция основного состояния (синяя линия): Эта кривая соответствует волновой функции нейтрона, рассчитанной методом конечных разностей для стационарного (основного) состояния. Волновая функция сосредоточена в области, где потенциал имеет минимальные значения, что соответствует принципу наименьшей энергии. Она показывает вероятность нахождения нейтрона в различных точках пространства. Чем выше значение волновой функции, тем больше вероятность обнаружить нейтрон в данной области.

2. Волновая функция после эволюции (красная пунктирная линия): Эта линия соответствует волновой функции нейтрона, рассчитанной методом Рунге-Кутты для временной эволюции. Изначально заданная волновая функция (гауссов пакет) взаимодействует с потенциалом, изменяя свою форму в процессе распространения. Результат показывает, как волновая функция модифицируется при взаимодействии с солитонным потенциалом.

3. Потенциал $V(x)$ (чёрная пунктирная линия): описывает структуру солитона Яджимы-Ойкавы, имеющего форму $\text{sech}^2(x)$. Он является локализованным (в центре высокая концентрация, по краям быстро убывает), что типично для солитонов. Потенциал определяет области, где волновая функция может быть локализована или отражена.

Данный график (рис. 7) наглядно демонстрирует ключевые аспекты взаимодействия нейтронов с локализованным солитонным потенциалом. Интерференционные эффекты проявляются в виде колебаний красной линии по обе стороны от синей, указывая на влияние временной эволюции. Локализация волновой функции основного состояния выражается в её сосредоточении в центре потенциала, что подтверждает квантовую локализацию нейтрона в области минимальной энергии. Форма и динамика волновых функций определяются структурой потенциала, который задаёт их распределение и изменение во времени. Этот график позволяет исследовать квантовые явления, такие как отражение, туннелирование и временная эволюция состояний, обеспечивая глубокое понимание механики взаимодействия нейтронов с потенциальными барьерами и ямами.

Численные расчёты для потенциала Нишикавы приводят к следующему графическому представлению,

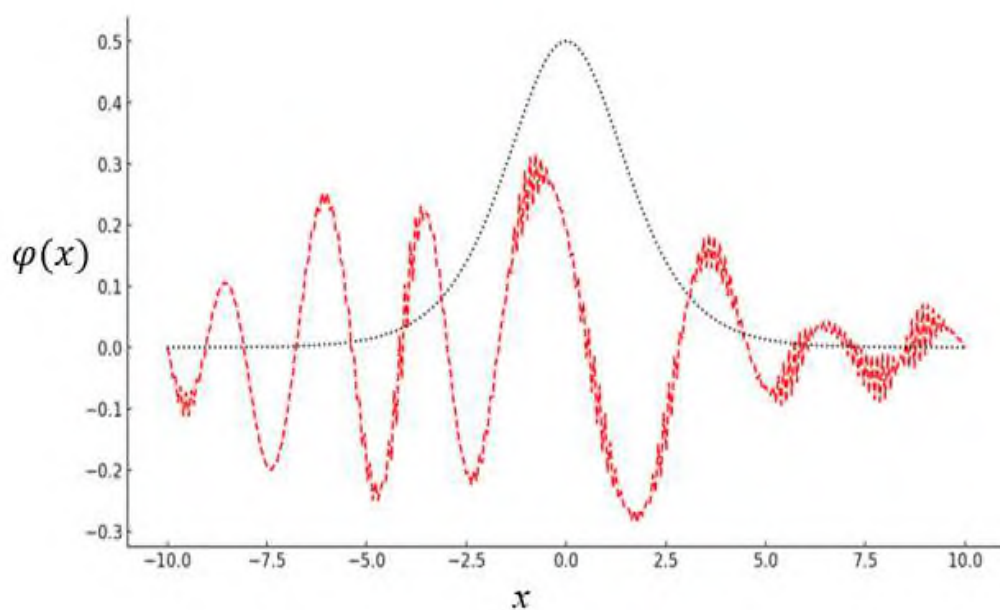


Рисунок 8. График взаимодействия нейтронов с потенциалом Нишикавы

На данном графике (рис.8) представлены результаты взаимодействия нейтронов с потенциалом Нишикавы. Красная пунктирная линия отображает волновую функцию нейтрона после временной эволюции, рассчитанную методом Рунге-Кутты, а чёрная пунктирная линия показывает потенциал Нишикавы $1 - \tanh^2(x)$, масштабированный для наглядности. Этот результат демонстрирует, как асимметричный потенциал влияет на поведение волновой функции, изменяя её пространственное

распределение и, соответственно, вероятность обнаружения нейтрона в различных областях пространства.

Численный расчёт для потенциала магнетиков Гейзенберга приводит к следующему графическому результату,

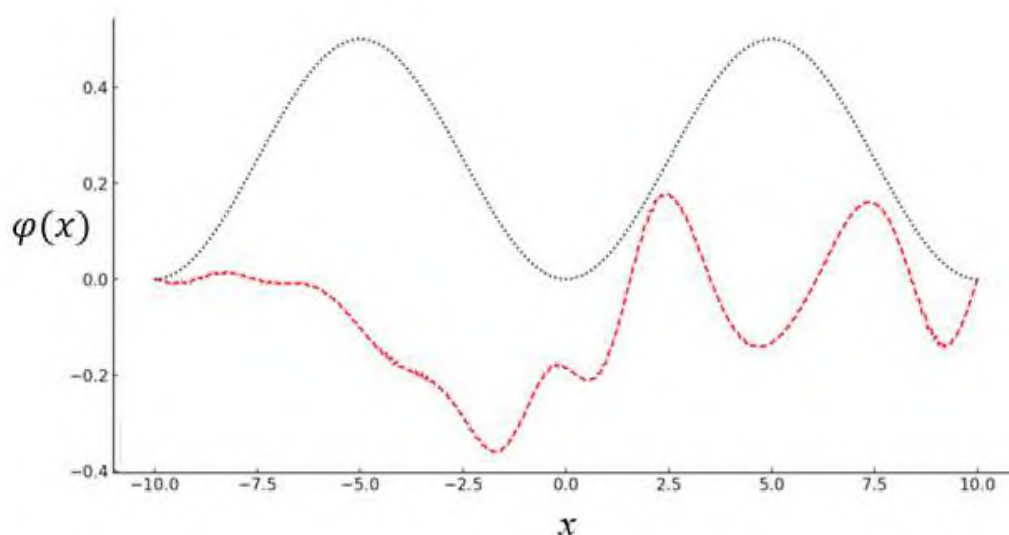


Рисунок 9. График взаимодействия нейтронов с потенциалом, моделирующим магнетики Гейзенберга

На графике представлены результаты взаимодействия нейтронов с потенциалом, моделирующим магнетики Гейзенберга: красная пунктирная линия отображает волновую функцию нейтрона после временной эволюции, рассчитанную методом Рунге-Кутты, а чёрная пунктирная линия представляет потенциал, описывающий локализованные спиновые волны, масштабированный для удобства визуализации. Волновая функция демонстрирует влияние локализованного магнитного потенциала на поведение нейтрона, при этом её амплитуда уменьшается в областях высокой концентрации потенциала, что соответствует снижению вероятности нахождения нейтрона в данных зонах. Потенциал отражает локализованные спиновые волны, характерные для магнетиков Гейзенберга, и иллюстрирует механизм взаимодействия нейтрона с магнитными доменами, моделируемыми в виде локализованного потенциала, что позволяет анализировать влияние магнитной структуры на динамику квантовых частиц.

Выводы по расчётам взаимодействия нейтронов с тремя различными потенциалами: сравнение и различия:

Таблица 2.

Критерий	Яджима-Ойкава	Нишикава	Магнетики Гейзенберга
Форма потенциала	Симметричный ($\text{sech}^2(x)$)	Асимметричный ($1 - \tanh^2(x)$)	Периодический ($\sin^2(x)$)
Локализация	Высокая	Средняя	Локализация в ячейках
Интерференция	Симметричная	Несимметричная	Сложная, многократная
Туннелирование	Высокое	Низкое	Среднее
Энергетическая зависимость	Простая	Сложная	Зависимость от периода

Закключение. Проведённое исследование взаимодействия нейтронов с различными потенциалами позволило выявить ключевые особенности их влияния на волновую динамику. Потенциал Яджимы-Ойкавы, благодаря своей симметрии, обеспечивает предсказуемую динамику и удобен для изучения квантового туннелирования. Потенциал Нишикавы, обладая асимметричной структурой, снижает вероятность туннелирования и приводит к формированию несимметричных интерференционных

узоров. Магнетики Гейзенберга создают периодический потенциал, позволяющий исследовать многозонную локализацию и многократные отражения волновых функций. Анализ различных типов потенциалов демонстрирует, как форма и природа взаимодействия влияют на поведение нейтронов, что имеет важное значение для задач материаловедения, квантовой механики и физики нелинейных систем.

Таким образом, в данной работе проведено комплексное исследование отражения нейтронов от различных типов солитонных потенциалов, включая спиновые солитоны в магнетиках Гейзенберга, а также потенциалы Яджимы-Ойкавы и Нишикавы. Анализ показал, что форма потенциала играет ключевую роль в динамике взаимодействия: симметричные структуры способствуют предсказуемому распределению волновой функции, тогда как асимметричные потенциалы приводят к несимметричным интерференционным узорам и изменению вероятности квантового туннелирования. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию взаимодействия квантовых частиц с локализованными потенциальными структурами и расширяют возможности математического моделирования таких систем. Их практическая значимость проявляется в задачах диагностики материалов, исследовании нелинейных явлений в плазме и разработке технологий квантового управления, открывая перспективы для дальнейшего изучения динамических процессов в сложных квантовых средах.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Забуски, Н. Солитоны и нелинейные волны [Текст] / Н. Забуски, М. Крускал // Журнал Computational Physics. — 1965.
2. Ландау, Л.Д. Теория поля [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1973.
3. Фаддеев, Л.Д. Гамильтонова система уравнений, описывающая динамику спинов [Текст] / Л.Д. Фаддеев, Л.А. Тахтаджян // Теоретическая и математическая физика. — 1977.
4. Zakharov, V.E. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media [Text] / V.E. Zakharov, A.B. Shabat // Soviet Physics JETP. — 1972. — Vol. 34. — P. 62–69.
5. Yajima, N. Soliton interactions in a medium with two components of waves [Text] / N. Yajima, M. Oikawa // Progress of Theoretical Physics. — 1976. — Vol. 56. — P. 1719–1739.
6. Nishikawa, T. Asymmetric soliton potentials in nonlinear systems [Text] / T. Nishikawa // Journal of Mathematical Physics. — 1980. — Vol. 21. — P. 2171–2180.
7. Blume, M. Theory of neutron scattering in ferromagnetic materials [Text] / M. Blume // Physical Review. — 1963. — Vol. 130. — P. 1670–1676.
8. Kjems, J.K. Neutron scattering studies of magnetic solitons [Text] / J.K. Kjems, B. Lebech // Solid State Communications. — 1980. — Vol. 35. — P. 919–921.
9. Felber J. Neutron tunneling through localized potentials [Text] / J. Felber et al. // Physical Review Letters. — 2000. — Vol. 85. — P. 1642–1645.
10. Третьяков, Л. Спектральные методы в MATLAB [Текст] / Л. Третьяков. — Philadelphia: SIAM, 2000.
11. Абловиц, М. Солитоны и нелинейные уравнения: Введение [Текст] / М. Абловиц, Х. Сегур. — Philadelphia: SIAM, 1981.
12. Питаевский, Л.П. Физическая кинетика [Текст] / Л.П. Питаевский, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1980.
13. Дразин, П.Г. Солитоны: Введение [Текст] / П.Г. Дразин, Р.С. Джонсон. — Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
14. Бойд, Дж.П. Спектральные методы в нелинейной динамике [Текст] / Дж.П. Бойд. — Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
15. Рахимов, Ф.К. Ҳалҳои навии бисёрсолитонии муодилаи ғайрихаттии Шредингер [Текст] / Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов, Ф.К. Рахимов // Материалы международной научно-теоретической конференции. — Душанбе, 1997. — С. 54–57.
16. Рахимов, Ф.К. О полной интегрируемости уравнений, описывающих одноосный ферромагнетик Гейзенберга в пространстве $SU(3)/SU(2) \times U(1)$ [Текст] / Х.О. Абдуллоев, Ф.К. Рахимов // В кн.: Межчастичные взаимодействия в растворах. — Межвузовский сборник. — Душанбе, 1999. — С. 3–9.
17. Рахимов, Ф.К. Одночастичное возбуждение магнетиков Гейзенберга с произвольными спинами [Текст] / Х.О. Абдуллоев, Ф.К. Рахимов // Координационные соединения и аспекты их применения. — Душанбе, 1999. — No 3. — С. 128–130.

18. Дубровин, Б.А. Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом [Текст] / Б.А. Дубровин, Т.М. Маланюк, И.М. Кричвер, В.Г. Маханьков // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1988. — Т. 19, No 3. — С. 579–621.

REFERENCES:

1. Zabusky N. Solitons and Nonlinear Waves [Text] / N. Zabusky, M. Kruskal // Journal of Computational Physics. — 1965.
2. Landau L.D. The Classical Theory of Fields [Text] / L.D. Landau, E.M. Lifshitz. — Moscow: Nauka, 1973.
3. Faddeev L.D. Hamiltonian System of Equations Describing Spin Dynamics [Text] / L.D. Faddeev, L.A. Takhtajan // Theoretical and Mathematical Physics. — 1977.
4. Zakharov V.E. Exact Theory of Two-Dimensional Self-Focusing and One-Dimensional Self-Modulation of Waves in Nonlinear Media [Text] / V.E. Zakharov, A.B. Shabat // Soviet Physics JETP. — 1972. — Vol. 34. — P. 62–69.
5. Yajima N. Soliton Interactions in a Medium with Two Components of Waves [Text] / N. Yajima, M. Oikawa // Progress of Theoretical Physics. — 1976. — Vol. 56. — P. 1719–1739.
6. Nishikawa T. Asymmetric Soliton Potentials in Nonlinear Systems [Text] / T. Nishikawa // Journal of Mathematical Physics. — 1980. — Vol. 21. — P. 2171–2180.
7. Blume M. Theory of Neutron Scattering in Ferromagnetic Materials [Text] / M. Blume // Physical Review. — 1963. — Vol. 130. — P. 1670–1676.
8. Kjems J.K. Neutron Scattering Studies of Magnetic Solitons [Text] / J.K. Kjems, B. Lebech // Solid State Communications. — 1980. — Vol. 35. — P. 919–921.
9. Felber J. Neutron Tunneling through Localized Potentials [Text] / J. Felber et al. // Physical Review Letters. — 2000. — Vol. 85. — P. 1642–1645.
10. Trefethen L. Spectral Methods in MATLAB [Text] / L. Trefethen. — Philadelphia: SIAM, 2000.
11. Ablowitz M. Solitons and Nonlinear Equations: An Introduction [Text] / M. Ablowitz, H. Segur. — Philadelphia: SIAM, 1981.
12. Pitaevskii L.P. Physical Kinetics [Text] / L.P. Pitaevskii, E.M. Lifshitz. — Moscow: Nauka, 1980.
13. Drazin P.G. Solitons: An Introduction [Text] / P.G. Drazin, R.S. Johnson. — Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
14. Boyd J.P. Spectral Methods in Nonlinear Dynamics [Text] / J.P. Boyd. — Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
15. Rakhimov F.K. New multi-soliton solutions of the nonlinear Schrödinger equation [Text] / Kh.O. Abdulloev, Kh.K. Muminov, F.K. Rakhimov // Proceedings of the International Scientific and Theoretical Conference. — Dushanbe, 1997. — P. 54–57.
16. Rakhimov F.K. On the complete integrability of equations describing a uniaxial Heisenberg ferromagnet in the space $SU(3)/SU(2) \times U(1)$ [Text] / Kh.O. Abdulloev, F.K. Rakhimov // In the book: Interparticle interactions in solutions. — Interuniversity collection. — Dushanbe, 1999. — P. 3–9.
17. Rakhimov F.K. Single-particle excitation of Heisenberg magnets with arbitrary spins [Text] / Kh.O. Abdulloev, F.K. Rakhimov // Coordination compounds and aspects of their application. — Dushanbe, 1999. — No. 3. — P. 128–130.
18. Dubrovin B.A. Exact solutions of the nonstationary Schrödinger equation with a self-consistent potential [Text] / B.A. Dubrovin, T.M. Malanyuk, I.M. Krichever, V.G. Makhankov // Physics of Elementary Particles and Atomic Nucleus. — 1988. — Vol. 19, No. 3. — P. 579–621.