УДК 004.934.2

О ЗАДАЧЕ ТИПА КОШИ ДЛЯ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ТРЕМЯ СВЕРХ - СИНГУЛЯРНЫМИ ОБЛАСТЯМИ, КОГДА ОСНОВНЫМ УРАВНЕНИЕМ ЯВЛЯЕТСЯ ТРЕТЬЕ УРАВНЕНИЕ СИСТЕМЫ

Хомидов Сардор Махмудович, *соискатель кафедры математического анализа и теории функций Таджикского национального университета, преподаватель кафедры алгебры и геометрии ГОУ «ХГУ им. акад. Б.Гафурова» (Таджикистан, Худжанд)*

ДАР БОРАИ МАСЪАЛАИ НАМУДИ КОШӢ БАРОИ СИСТЕМАИ БАРЗИЁДМУАЙЯНШУДАИ МУОДИЛАҲОИ ИНТЕГРАЛӢ БО СЕ СОҲАИ СУПЕР СЕНГУЛЯРӢ, КИ МУОДИЛАИ АСОСӢ МУОДИЛАИ СЕЮМИ СИСТЕМА МЕБОШАД

Ҳомидов Сардор Маҳмудович, *унвонҷӯи кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳои Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, муаллими кафедраи алгебра ва геометрияи МДТ «ДДХ ба номи акад. Б.Ғафуров» (Тоҷикистон, Хуҷанд)*

ON A CAUCHY-TYPE PROBLEM FOR AN OVERDETERMINED SYSTEM OF INTEGRAL EQUATIONS WITH THREE SUPER-SINGULAR REGIONS WHEN THE MAIN EQUATION IS THE THIRD EQUATION OF THE SYSTEM

Khomidov Sardor Makhmudovich, *Applicant of the Department of Mathematical Analysis and Theory of Functions of the Tajik National University, Lecturer of the Department of Algebra and Geometry, SEI «KhSU named after acad. B.Gafurov» (Tajikistan, Khujand),*
E-mail: *h.sardor_90@mail.ru.*

Ключевые слова: *переопределённая система интегральных уравнений, интегральные представления, многообразие решений, сверх-сингулярность, задача типа Коши.*

В работе в параллелипипеде Ω изучается переопределённая система интегральных уравнений типа Вольтерра с тремя сверх-сингулярными областями. В данном случае ставится и решается задача типа Коши, когда основным уравнением является третье уравнение системы уравнений и значения функций, присутствующие в ядрах уравнений удовлетворяют определенным условиям. Ранее в [5] система интегральных уравнений (1) была изучена в случаях, когда основными уравнениями являются первое или второе уравнение системы (1).

Калидвожаҳо: *системаи барзиёд муайяншудаи муодилаҳои интегралӣ, тасвирҳои интегралӣ, бисёршаклаи ҳалҳо, ядроҳои суперсингулярӣ, масъалаи канори намуди Коши.*

Дар ин кор омӯхта мешавад, ки дар соҳаи Параллелипипед Ω системаи барзиёдмуайяншудаи муодилаҳои интегралии намуди Волтьерр бо се соҳаи супер сенгулярӣ омӯхта мешавад. Дар ин ҳолат масъалаи намуди Коши гузошта ва ҳал карда мешавад, вақте ки муодилаи асосӣ муодилаи сеюми системаи муодилаҳо бошад ва қимати функсияҳои дар ядроҳои муодилаҳо мавҷудбуда ба шартҳои муайян ҷавобгӯ мебошанд. Пештар дар [5] системаи муодилаҳои интегралӣ (1) дар ҳолатҳое омӯхта шуда буд, ки муодилаҳои асосӣ муодилаи якум ё ки дуюми система (1) мебошанд.

Keywords: *over determined system integral equation, singular kernels, integral representation, manifold solution, super singularity, Cauchy type problems.*

In this paper, an overridden system of Volterra-type integral equations with three super-singular domains is studied in a parallelipiped Ω. In this case, a Cauchy type problem is posed and solved when the main equation is the third equation of the system of equations and the values of the functions present in the kernels of the equations satisfy certain conditions. Earlier in [5], the system of integral equations (1) was studied in cases where the main equations are the first or second equation of the system (1).

Отметим, что изучению переопределённых систем интегральных уравнений с сингулярными и сверх- сингулярными ядрами посвящены работы [1]-[6].

Следует заметить, что ранее в работах [5,с.6] была изучена переопределенная система интегральных уравнений типа Волтерра (1) с тремя сверх- сингулярными областями, когда основным уравнением являлись первое или второе уравнение системы уравнений (1). В настоящей работе, на основе ранее полученных многообразия решений для переопределенной системы интегральных уравнений типа Волтерра (1) с тремя сверх- сингулярными областями, когда основным уравнением является третье уравнение системы уравнений (1) и выполняются условия $C(c) > 0,\ A(a),\ B(b)$ – любые, ставится и решается задача типа Коши.

Через Ω, обозначим параллелепипед $\Omega = \{(x,y,z): a < x < a_0,\ b < y < b_0, c < z < c_0\}$. Соответственно обозначим $\Omega_1 = \{(x,y): a < x < a_0, b < y < b_0,\ z = c\}$, $\Omega_2 = \{(x,z): a < x < a_0,\ \ y = b, c < z < c_0\}$, $\Omega_3 = \{(y,z): x = a, b < y < b_0, c < z < c_0\}$, $\Gamma_1 = \{x: a < x < a_0, y = b, z = c\}, \Gamma_2 = \{y: x = a, b < y < b_0, z = c\}, \Gamma_3 = \{z: x = a, y = b, c < z < c_0\}$.

В области Ω рассмотрим переопределённую систему интегральных уравнений типа Вольтерра вида

$$\begin{cases} \varphi(x,y,z) + \int\limits_a^x \frac{A(t)\varphi(t,y,z)}{(t-a)^\alpha} dt = f(x,y,z) \\ \varphi(x,y,z) + \int\limits_b^y \frac{B(s)\varphi(x,s,z)}{(s-b)^\beta} ds = g(x,y,z), \\ \varphi(x,y,z) + \int\limits_c^z \frac{C(\tau)\varphi(x,y,\tau)}{(\tau-c)^\gamma} d\tau = E(x,y,z) \end{cases} \qquad (1)$$

где, - $A(x), B(y), C(z)$ – заданные функции линий $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, $f(x,y,z),\ g(x,y,z),\ E(x,y,z)$ – заданные функции области - $\Omega, \varphi(x,y,z)$ – искомая функция, $\alpha = const. > 1, \beta = const. > 1, \gamma = const. > 1$.

Решение системы интегральных уравнений (1) будем искать в классе функций $\varphi(x,y,z) \in \mathrm{C}(\bar{\Omega}), \varphi(a,b,c) = 0$ со асимптотическим поведением

$\varphi(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1, \delta_3 > \gamma - 1$ при $(x,y,z) \to (a,b,c)$.

Систему интегральных уравнений (1) будем изучать при предположении, что $A(a) \neq 0, B(b) \neq 0, C(c) \neq 0$.

Ранее в [1] и [5] для переопределенной системы интегральных уравнений (1) было получено интегральное представление многообразней решений и условия совместности в случае, когда выполнены условия $A(a) < 0,\ B(b) < 0, C(c) < 0$, далее было доказано что полученное решение обладают свойством

$$\left[\exp\left[-B(b)\omega_b^\beta(y)\right]\left\{\exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)] * \left[\exp\left[-C(c)\omega_c^\gamma(z)\right]\varphi(x,y,z)\right]_{z=c}\right\}_{x=a}\right]_{y=b} = C_1 \quad (2)$$

На основы полученных в работе [1] и [5] интегральных представлений и их свойств (1) , ставится и решается следующая задача типа Коши:

Задачи *K₁*. Требуются найти решение системы интегральных уравнений (1), когда основным уравнения являются третье уравнение системы (1), при $A(a) < 0,\ \ B(b) < 0,\ C(c) < 0$ по граничным условиям.

$$\left[\exp\left[-B(b)\omega_b^\beta(y)\right]\left\{\exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)] * \left[\exp\left[-C(c)\omega_c^\gamma(z)\right]\varphi(x,y,z)\right]_{z=c}\right\}_{x=a}\right]_{y=b} = E_1, \quad (3)$$

где E_1 заданная постоянная.

О разрешимости задаче $\boldsymbol{K_1}$ было получено следующие утверждение.

Теорема 1. *Пусть в системе интегральных уравнений (1) функции* $A(x), B(y), C(z)$, *удовлетворяют всем условиям типа Гельдера* $(H_1),\ (H_2),\ (H_3)$. *Пусть существуют пределы видов (10), (11) из [5]. В (10) из [5] функция* $F(x,y)$ *обладает свойством* $F(a,y) = 0$ *с асимптотическим поведением (13). Кроме того в (11) из [5] функция* $D(x,y)$ *такова, что существует предел вида* $[\exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)]\, D(x,y)]_{x=a} = H(y)$, *причем* $H(b) = 0$ *с асимптотическим поведением* $H(y) = 0\left[\exp\left[B(b)\omega_b^\beta(y)\right](y-b)^{\delta_2}\right], \delta_2 > \beta - 1$, *при* $y \to b$. *Функции*

$f(x,y,z),\ g(x,y,z),\ E(x,y,z)$ *удовлетворяют условиям совместности*

$$C(z)f(x,y,z)+(z-c)^{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left[f(x,y,z)-E(x,y,z)\right]+C(z)\int_a^x\frac{A(t)E(t,y,z)}{(t-a)^{\alpha}}dt=0,$$

$$C(z)g(x,y,z)+(z-c)^{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left[g(x,y,z)-E(x,y,z)\right]+C(z)\int_b^y\frac{B(s)E(x,s,z)}{(y-b)^{\beta}}ds=0.$$

функции $F(x,y),D(x,y)$ *условию совместности*

$$A(x)F(x,y)+(x-a)^{\alpha}\frac{\gamma}{\gamma x}\left[F(x,y)-D(x,y)\right]\ +A(x)\int_b^y\frac{B(s)D(x,s)}{(s-b)^{\beta}}ds=0.$$

Тогда однородная система (1) имеет одно решение [5];

$$\varphi_0(x,y,z)=exp\left[A(a)\omega_a^{\alpha}(x)+B(b)\omega_b^{\beta}(y)+C(c)\omega_c^{\gamma}(z)-W_C'(z)-W_B'(y)-W_A'(x)\right]$$

Тогда задаче K_1 *иметь единственное решений которой даётся формулой (20) из [5] при* $C_1=E_1$.

В настоящее работа кроме веще указных случаях, получено интегральным представления многообразным решений и в случае $C(c)>0,\ A(a),\ B(b)$ - любые.

В этом случае, если решение третьего уравнения в система (1) существует, тогда согласно [5] оно представимо в виде

$$\varphi(x,y,z)=\ E(x,y,z)-$$
$$-\int_c^z exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z)-\omega_c^{\gamma}(\tau)\right)+W_C^1(\tau)-W_C^1(z)\right]\frac{C(\tau)E(x,y,\tau)}{(\tau-c)^{\gamma}}d\tau \qquad (4)$$

Решение вида (4) существует, если $E(x,y,z)\in C(\bar{\Omega}),E(x,y,c)=0$, с асимптотическим поведением

$$E(x,y,z)=0[(z-c)^{\delta_3}],\delta_3>\gamma-1,\text{при } z\to c \qquad (5)$$

Подставляя полученное значение $\varphi(x,y,z)$ в первое и второе уравнение система интегральных уравнений (1) получим следующие условие совместности:

$$E(x,y,z)-\int_c^z exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z)-\omega_c^{\gamma}(\tau)\right)+W_C^1(\tau)-W_C^1(z)\right]*\frac{C(\tau)E(x,y,\tau)}{(\tau-c)^{\gamma}}d\tau$$
$$+\int_a^x\left[E(t,y,z)-\int_c^z \exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z)-\omega_c^{\gamma}(\tau)\right)+W_C^1(\tau)-W_C^1(z)\right]*\right.$$
$$\left.*\frac{C(\tau)E(t,y,\tau)}{(\tau-c)^{\gamma}}d\tau\frac{A(t)}{(t-a)^{\alpha}}dt=f(x,y,z) \qquad (6)$$

$$E(x,y,z)-\int_c^z exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z)-\omega_c^{\gamma}(\tau)\right)+W_C^1(\tau)-W_C^1(z)\right]*\frac{C(c)E(x,y,\tau)}{(\tau-c)^{\gamma}}d\tau$$
$$+\int_b^y\left[E(x,s,z)-\int_c^z \exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z)-\omega_c^{\gamma}(\tau)\right)+W_C^1(\tau)-W_C^1(z)\right]*\right.$$
$$\left.*\frac{C(\tau)E(x,s,\tau)}{(\tau-c)^{\gamma}}d\tau\frac{B(s)}{(s-b)^{\beta}}ds=g(x,y,z) \qquad (7)$$

Таким образом, когда в системы интегральных уравнений (1) функции предсуществующих в ядрах в особых многообразиях удовлетворяют условиям $C(c)>0,\ A(a),\ B(b)$ – любые, справедливо следующее утверждение:

Теорема 2. *Пусть в системе интегральных уравнений (1) выполняются условия* $f(x,y,z) \in C(\overline{\Omega})$, $g(x,y,z) \in C(\overline{\Omega})$, $E(x,y,z) \in C(\overline{\Omega}), A(x) \in C(\overline{\Gamma_1}), B(y) \in C(\overline{\Gamma_2}), C(z) \in C(\overline{\Gamma_3}), C(c) > 0, A(a),\ B(b)\ -$ любые.

Функция $C(z)$ *в окрестности точке* $z = c$ *удовлетворяет условию типа Гёльдера*

$$|C(z) - C(c)| \leq H_3(z-c)^{\gamma_1}, \gamma_1 > \gamma - 1, \qquad (H_3)$$

Функция $f(x,y,z)$ *обладает свойством:* $f(a,b,c) = 0$ *с асимптотическим поведением.*

$$f(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1, \delta_3 > \gamma - 1$$

при $(x,y,z) \to (a,b,c)$,

Функция $g(x,y,z), E(x,y,z)$ *обладают свойствами:* $g(a,b,c) = 0,\ E(a,b,c) = 0$ *с асимптотическими поведениями*

$$g(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1, \delta_3 > \gamma - 1,$$

$$E(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1, \delta_3 > \gamma - 1$$

при $(x,y,z) \to (a,b,c)$.

Кроме того для системы интегральных уравнений (1) выполняются условия совместности (6) и (7). Тогда система интегральных уравнений (1) в классе $C(\overline{\Omega})$, *обращающихся в ноль на* $\overline{\Gamma_1}, \overline{\Gamma_2}, \overline{\Gamma_3}$, *имеет единственное решение, которое выражается равенством* (4).

Свойства решения

Как следуют из равенства (4) в этом случае $E(a,b,c) = 0$ с асимптотическим повединем:

$$E(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1,$$

при $(x,y,z) \to (a,b,c)$ и при выполнений условия (5) из [5] тогда $\varphi(a,b,c) = 0$ с асимптотическим повединем:

$$\varphi(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1,$$
$$\delta_3 > \gamma - 1, \text{при } (x,y,z) \to (a,b,c),$$

Теперь допустим что $A(a) > 0, C(c) < 0,\ B(b)\ -$ любой.

В этом случае решение третьего уравнения системы интегральных уравнение (1) согласно [5] выражается равенством (3) из [5]

В случае, когда в системе интегральных уравнений (12) из [5] основным уравнением является первое уравнение системы и $A(a) > 0$, тогда решение первого уравнения выражается равенством

$$C_1(x,y) = F(x,y) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)\right) + W_A^1(t) - W_A^1(x)\right] \frac{A(t)F(t,y)}{(t-a)^\alpha}\, dt \qquad (8)$$

Подставляя значение $C_1(x,y)$ во второе уравнение системы интегральных уравнений (12) [5] получим условие совместности в следующем виде:

$$F(x,y) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)\right) + W_A^1(t) - W_A^1(x)\right] \frac{A(t)F(t,y)}{(t-a)^\alpha}\, dt$$
$$+ \int_b^y \left[F(x,s) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)\right) + W_A^1(t) - W_A^1(x)\right] \frac{A(t)F(t,s)}{(t-a)^\alpha}\, dt\right] *$$
$$* \frac{B(s)}{(s-b)^\beta}\, ds = D(x,y) \qquad (9)$$

В интегральном представлении (3) из [5] вместо функции $C_1(x,y)$ подставляя её значение из (8), находим решение системы интегральных уравнений (1) из [5] в этом случае:

$$\varphi(x,y,z) = exp\left[C(c)\omega_c^{\gamma}(z) - W_C^1(z)\right]\left[F(x,y) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^{\alpha}(x) - \omega_a^{\alpha}(t)\right) + W_A^1(t) - W_A^1(x)\right]\frac{A(t)F(t,y)}{(t-a)^{\alpha}}dt\right] + E(x,y,z) - \int_c^z \exp\left[C(c)\left(\omega_c^{\gamma}(z) - \omega_c^{\gamma}(\tau)\right) + W_C^1(\tau) - W_C^1(z)\right]\frac{C(\tau)}{(\tau-t)^{\gamma}}E(x,y,z)d\tau \qquad (10)$$

Таким образом, в случае $A(a) > 0, C(c) < 0,\ B(b)$ – любое, имеет место следующее утверждение.

Теорема 3. *Пусть в система интегральных уравнений (1) из [5]* $f(x,y,z) \in C(\overline{\Omega}),\ g(x,y,z) \in C(\overline{\Omega}),\ E(x,y,z) \in C(\overline{\Omega}), A(x) \in C(\overline{\Gamma_1}), B(y) \in C(\overline{\Gamma_2}), C(z) \in C(\overline{\Gamma_3}), A(a) > 0,\ C(c) < 0,\ B(b)$ *- любое. Функции* $A(x), C(z)$ *соответственно в окрестности точек* $x = a$ и $z = c$ *удовлетворяют условиям типа Гёльдера*

$$|A(x) - A(a)| \le H_1(x-a)^{\delta_1},\ \delta_1 > \alpha - 1,\ \text{при } x \to a \qquad (H_2)$$
$$|C(z) - C(c)| \le H_3(z-c)^{\gamma_1}, \gamma_1 > \gamma - 1, \quad \text{при } z \to c \qquad (H_3)$$

Функция $E(x,y,z)$ *обладает свойством:* $E(a,b,c) = 0$ *с асимптотическим поведением.*

$E(x,y,z) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}(z-c)^{\delta_3}\exp\left[C(c)\omega_c^{\gamma}(z)\right](y-b)^{\delta_2}\right], \delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1,\ \delta_3 > \gamma - 1$ *при* $(x,y,z) \to (a,b,c)$,

Существуют пределы (10),, (11) из [5]. Функция $F(x,y) \in C(\bar{\Omega}_3), F(a,y) = 0$ *с асимптотическим поведением.*

$F(a,y) = 0\left[(x-a)^{\delta_1}\right], \delta_1 > \alpha - 1,$ *при* $x \to a$.

Функции $F(x,y), D(x,y), B(y), C(z)$ *удовлетворяют условию совместности (9). Тогда система интегральных уравнений (1) из [5] в классе* $C(\bar{\Omega})$ *обращающихся в ноль на* $\overline{\Gamma_1}, \overline{\Gamma_2}, \overline{\Gamma_3}$ *имеет единственное решение, которое выражается равенством (10)*

Свойства решений

При выполнены всех условия теоримы 3 и $A(a) > 0$, решением вида (10) при $x = a$ обращается безконичност с асимптотическим поведеним

$\varphi(x,y,z) = 0\left[\exp\left(A(x)\omega_a^{\alpha}(x)\right)\right]$ при $x \to a$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Раджабов, Н. Переопределенная линейная система интегральных уравнений и сингулярные, сверхсингулярные интегральные уравнения типа Вольтерра третьего рода с логарифмическими ядрами и их приложения / Н. Раджабов. – Душанбе: ТНУ, 2021. – 317 с.
2. Раджабов, Н. Граничные задачи для одного класса переопределенных систем интегральных уравнений Вольтерра с двумя сингулярными линиями / Н. Раджабов // Мат-лы республ. науч.-прак. конф. «Современные проблемы, прикладной математики и их роль в формировании технического мировоззрения общества». – Худжанд, 2021. – С.140-141.
3. Раджабов, Н. Переопределенная линейная система двух интегральных уравнений Вольтерровского типа с двумя фиксированными граничными сингулярными линиями в ядре / Н. Раджабов//Мат.-лы междунар. науч. конф. «Современные проблемы математики и физики», посвящ. 70-летию чл. -корр. АН РБ К.Б. Сабитова (12-15 сентября 2021 г. Стерлитамак). – Стерлитамак, 2021. – С. 85-90.
4. Rajabov, N. Volterra Type Integral Equation with Boundary and interior fixed singularity and supersingularity kernels and their Application / N. Rajabov. – Dushanbe: Irfon, 2010. – 295 p.
5. Раджабов Н., Хомидов С.М. О переопределённой системе трёх интегральных уравнений, когда основным уравнением является третье уравнение. - Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, 2023. № 3. с. 5-14

6. Раджабов Н., Хомидов С.М. Иинтегральные представления для переопределённой системы трёх интегральных уравнений типа вольтерра с тремя сверх сингулярными областями, когда основным уравнением является третье уравнение данной системы. Материалы Международной научной конференции, посвященной 75-летию ТНУ, 20-летию развития точных, естественных и математических наук 2020-2040 годы, 85-летию академика НАН Таджикистана Раджабов Нусрат (Таджикистан, Душанбе, 5 октября 2023г.) – Душанбе, 2023. – с. 165-167.

REFERENCES:

1. Rajabov, N. Overdetermined linear system of integral equations and singular, supersingular integral equations of Volterra type of the third kind with logarithmic kernels and their applications / N. Rajabov. - Dushanbe: TNU, 2021. - 317 p.
2. Rajabov, N. Boundary value problems for one class of overdetermined systems of Volterra integral equations with two singular lines / N. Rajabov // Proc. res.-pract. conf. «Modern problems of applied mathematics and their role in the formation of the technical worldview of society». - Khujand, 2021. - P.140-141.
3. Rajabov, N. Overdetermined linear system of two integral equations of Volterra type with two fixed boundary singular lines in the kernel / N. Rajabov // Proc. of the int. scientific conf. «Modern Problems of Mathematics and Physics», dedicated to the 70th anniversary of Corresponding Member of the RB AS K.B. Sabitov (September 12-15, 2021, Sterlitamak). - Sterlitamak, 2021. - P. 85-90.
4. Rajabov, N. Volterra Type Integral Equation with Boundary and interior fixed singularity and supersingularity kernels and their Application / N. Rajabov. – Dushanbe: Irfon, 2010. – 295 p.
5. Rajabov N., Khomidov S.M. On the overdetermined system of three integral equations, when the main equation is the third equation. - Bulletin of the Tajik National University. Series of natural sciences, 2023. No. 3. - P. 5-14
6. Rajabov N., Khomidov S.M. Integral representations for an overdetermined system of three integral equations of Volterra type with three super-singular regions, when the main equation is the third equation of this system. Proceedings of the International Scientific Conference dedicated to the 75th anniversary of TNU, the 20th anniversary of the development of exact, natural and mathematical sciences 2020-2040, the 85th anniversary of the academician of the NAS of Tajikistan Radjabov Nusrat (Tajikistan, Dushanbe, October 5, 2023) - Dushanbe, 2023. - P 165-167.