ТДУ 534
ТКБ 22.32

ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ ДУШВОР ДАР СИНФИ НУҲУМИ МАКТАБҲОИ МИЁНА

***Усмонов Отаҷон**, н.и.п., дотсент; **Абдулакимова Ҷанатой Абдурауфовна,** н.и.п., дотсенти кафедраи МТМ ва ТИ-и МДТ "ДДХ ба номи акад. Б.Ғафуров (Тоҷикистон, Хуҷанд)*

РЕШЕНИЕ СЛОЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В 9 КЛАССЕ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

***Усмонов Отаджон,** к.п.н., доцент; **Абдулакимова Джанатой Абдурауфовна,** к.п.н., доцент кафедры МПМ и КИ ГОУ "ХГУ имени акад. Б.Гафурова" (Таджикистан, Худжанд)*

SOLUTION OF SLOT MATHEMATICAL TASKS IN THE 9-TH GRADE OF SECONDARY SCHOOLS

***Usmonov Otajon,** c.p.s., Associate Professor; **Abdulakimova Janatoy Abduraufovna,** Associate Professor of MTM and TI under the SEI "KhSU named after acad. B.Gafurov (Tajikistan, Khujand),**E-mail:** ajanatoy@mail.ru*

***Вожаҳои калидӣ:** математика, тафаккури мантиқӣ, шартгузорӣ дар масъалаҳои математикӣ, объекти масъала, қиматҳои номаълуми матлуб*

Мақола ба мавзӯи ҳалли масъалаҳои математикии сатҳашон мушкил дар синфи нуҳӯми мактабҳои миёна бахшида шудааст. Муаллифон қайд мекунанд, ки ҳалли масъалаҳои математикии сатҳашон душвор барои ташаккул ва рушди тафаккури мантиқии хонандагон кӯмак мекунад. Дар мақола таъкид меравад, ки ҳалли масъалаҳои душвор дониши мукаммал ва тафаккури мантиқиро тақозо мекунад. Усули ҳалли масъалаҳо тавассути мисолҳои равшан, баррасии раванди ҳалли онҳо амалӣ шудааст. Зикр шавад, ки дар марҳилаи таҳлили масъала шарт ва талаботи масъала бояд муайян карда шуда, қиматҳои номаълуми матлуб ишора карда шавад. Дар раванди ҳалли масъала соҳаи предметӣ ва муносибатҳои байни объектҳои дар шарти масъала додашуда бояд саҳеҳ муайян карда шаванд.

***Ключевые слова:** математика, логическое мышление, условия математических задач, объект задачи, искомые неизвестные*

Статья посвящена теме решения сложных математических задач в 9 классе общеобразовательных учреждений. Авторы подчеркивают, что решение математических задач сложного уровня содействуют становлению и развитию логического мышления учащихся. Утверждается, что для решения сложных математических задач требуются определенные знания и логическое мышление. Приводится решение задач посредством математических методов на примере увлекательных и жизненных ситуаций. Подчеркивается, что в процессе решения задач должны быть определены условия, указаны искомые неизвестные величины, в ходе решения задач следует установить точную предметную отрасль и отношения между объектами, данными в условиях задачи.

***Key words:** mathematics, logical thinking, conditions of mathematical tasks, object of task, desired unknowns*

The article dwells on the theme beset with the solution of slot mathematical tasks for the 9-th grade of secondary establishments. The authors of the article lay an emphasis upon the idea that the solution of mathematical tasks of slot level contributes into students` logical thinking formation and development. It is proved that certain knowledge and logical thinking are required to solve slot mathematical tasks. The solution of the relevant tasks by virtue of mathematical methods is carried out on the example of fascinating and life ones. It is asserted that while solving such kinds of tasks the conditions must be determined and be indicated required unknown quantities. In the course of solving tasks it is necessary to establish the exact subject branch and relationship between the objects given under the conditions of the former in question.

Дар таълими математика масъалаҳо ва ҳалли онҳо ҷои махсусро ишғол мекунанд. Масъалаҳо аз як тараф барои бошуурона азхуд кардани маводи таълимӣ, мустаҳкамкунии онҳо ва татбиқи амалии назария ёрии амалӣ расонад, аз тарафи дигар ба ташаккули тафаккури мантиқии хонандагон кӯмак мерасонад. Бинобар он ба хонандагон омӯзонидани усули умумии раванди ҳалли масъалаҳо мувофиқи мақсад аст.

Масъалаҳоро аз рӯи якчанд нуқтаи назар ба гурӯҳҳо ҷудо кардан мумкин аст. Яке аз онҳо мувофиқи талаботи масъала мебошад. Масъалаҳо аз рӯи талаботаш ба се гурӯҳ тасниф мешаванд:

- масъалаҳо доир ба ҳисобкунӣ ва табдилдиҳӣ;
- масъалаҳо доир ба исбот;
- масъалаҳо доир ба сохтан.

Масъалаҳои гурӯҳи якум ба такрор ва мустаҳкам кардани дониш ва татбиқи амалии назария мувофиқат мекунанд.

Дар маводи таълимии алгебраи синфи нӯҳум масъалаҳои душвор дар мавзӯъҳои "Муодила ва системаи муодилаҳо" ва "Прогрессияи арифметикӣ ва геометрӣ" вомехӯранд. Дар мавзӯи якум муодилаҳои дараҷаи сеюм ва чорум ҳастанд, ки ҳалли онҳо бо тарзи ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан талаб карда шудаанд. Маълум аст, ки усулҳои ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани ифодаи бутун иҷрои ин панҷ амалро тақозо менамояд:

а) зарбкунандаи умумиро аз қавс баровардан;
б) гурӯҳбандӣ;
в) истифодаи формулаҳои зарби мухтасар;
г) дохил кардани аъзоҳои нав;
д) дохил кардани коэффитсентҳои номаълум.

Ду усули охирӣ нисбатан ба се усули болоӣ душвор буда дониши мукаммал ва тафаккури мантиқиро талаб мекунад.

Масъалаеро аз китоби дарсии синфи нуҳум, ки муаллифонашон Н.Усмонов ва Р.Пиров мебошанд, дида мебароем.

Решаҳои муодилаи $3x^4-10x^3+12x^2-6x+1=0$–ро бо ёрии ба заркунандаҳо ҷудокунӣ ёбед[2,с.74]

Ҳал. Тарафи чапи муодила бисёраъзоӣ мебошад. Онро бо $P(x)$ ишорат мекунем, яъне $P(x)=3x^4-10x^3+12x^2-6x+1$ чунин қимати x – ро меёбем, ки $P(x)=0$ шавад, масалан $x=1$ бошад $P(1)=3\cdot1^4-10\cdot1^3+12\cdot1^2-6\cdot1+1$ ба 0 баробар аст. Хонандагон дар мавзӯи ба заркунандаҳо ҷудо кардани сеаъзоии квадратӣ омӯхтаанд, ки агар решаҳои сеаъзоии x_1 ва x_2 бошад он гоҳ вай ба зарбкунандаҳои $x-x_1$ ва $x-x_2$ ҷудо мешавад. Аз ин бармеояд, ки ин бисёраъзоии $P(x)$ зарбкунандаи $x-1$ дорад. Бинобар он бо истифодаи усулҳои дохил кардани аъзоҳои нав, аз қавс баровардани зарбкунандаи умумӣ ва гурӯҳбандӣ бисёраъзоии $P(x)$ – ро чунин табдил медиҳем, ки зарбкунандаи $x-1$ ҷудо шавад.

Яъне

$$P(x)=3x^4-10x^3+12x^2-6x+1=3x^4-3x^3-7x^3+7x^2+5x^2-5x-x++1$$
$$=(3x^4-3x^3)-(7x^3-7x^2)+(5x^2-5x)-(x-1)=(x-1)(3x^3-7x^2+5x-1)$$

Акнун бисёраъзоии $3x^3-7x^2+5x-1$ – ро бо $P_1(x)$ ишорат карда, мисли усули пешина (болоӣ) ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем:

$$P_1(x)=3x^3-7x^2+5x-1=3x^3-3x^2-4x^2+4x+x-1=(x-1)(3x^2-4x+1)$$

Сеаъзоии квадратии $3x^2-4x+1$ ба зарбкунандаҳои $3x-1$ ва $x-1$ ҷудо мешавад. Пас $P(x)=(x-1)(3x^3-7x^2+5x-1)=(x-1)(x-1)(3x^2-4x+1)=(x-1)(\,x-1)(x-1)(3x-1)$.

Аз ин ҷо бармеояд, ки муодилаи додашуда пас аз ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан намуди $(x-1)^3(3x-1)=0$ дорад. Бинобар он, решаҳои муодилаи мазкур $x=1$ ва $x=\frac{1}{3}$ аст.

Акнун масъалаҳои доир ба тартиб додани муодила ва системаи муодилаҳо ва ҳал кардани онҳоро дида мебароем.

Азбаски ҳал кардани муодила ёфтани чунин қиматҳои тағйирёбандаи ба муодила дохилшаванда, ки муодиларо қаноаткунанда (ба баробарии дуруст табдилдиҳанда) мебошад, пас ингуна масъалаҳо ба масъалаҳо доир ба ҳисобкунӣ тааллуқ доранд. Ғайр аз он талаботи масъала аз ёфтани қимати номаълуми матлуб мебошад, бинобар он барои тартиб додани модели математикии чунин масъалаҳо талаботи масъаларо бо ягон тағйирёбанда ишорат кардан мувофиқи мақсад аст. Аз ҳамин сабаб, барои тартиб додани муодилаи ба шарти масъала мувофиқ, объекте, ки қимати ёфтани онро масъала талаб мекунад, бо ягон тағйирёбанда ишорат намуда, вобастагиҳои объектҳои масъаларо ба назар гирифта, муодила ё ки системаи муодилаҳоро тартиб медиҳем. Тағйирёбандаи муодила – объекти ҷустуҷӯ кардашавандаи талаботи масъала мебошад.

Ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои намуди мазкур ба хонандагон таъкид кардан лозим, ки дар марҳилаи таҳлили масъала шарт ва талаботи масъаларо муайянкунанд ва номаълуми матлубро бо ягон гуна тағйирёбанда ишорат кунанд. Дар шарти масъала соҳаи предметӣ ва муносибатҳои байни объектҳои дар шарт додашударо саҳеҳ муайян намуда, бо назардошти номаълуми матлуб муодила ё ки системаи муодиларо тартиб диҳанд. Пас онро ҳал кунанд. Дар охир қиматҳои ёфташудаи тағйирёбандаҳоро бо шарти масъала муқоиса намуда, яъне санҷиш гузаронида, муайян кардани қиматҳои тағйирёбанда, ки шарти масъаларо қонеъ мегардонад, ҳамчун ҷавоб (ҳалли масъала) қабул кардан лозим аст. Намунаи раванди таълими масъала ва ҳалли онро меорем.

Масъала. Ду бригадаи чинакчиён якҷоя кор карда, пахтаи майдонеро дар 18 соату 45 дақиқа меғундоранд. Агар як бригада ҳосили майдонро нисбат ба дигараш 20 соат зудтар ғундорад, он гоҳ бригадаҳо алоҳида- алоҳида кор карда пахтаи майдонро дар муддати чанд вақт чида метавонанд?[2,с.100].

Ҳал. Таҳлил. Дар масъала сухан дар бораи ду бригадаи чинакчиён ва майдони пахтазор меравад. Ду бригада якҷоя кор кунанд, пахтаи майдонро дар 18 соату 45 дақиқа мeғундоранд. Дар алоҳидагӣ як бригада нисбат ба дигараш 20 соат тезтар пахтаи майдонро мечинанд.

Талаботи масъала: ҳар як бригада дар алоҳидагӣ пахтаи майдонро дар чанд соат мeғундорад. Номаълуми матлуб-давомнокии вақт, ки дар алоҳидагӣ ҳар як бригада пахтаи майдонро мeғундорад. Яке аз номаълум матлубро бо x ва дигарашро бо y ишорат мекунем. Вобастагии байни онҳо $y = x - 20$ мебошад. Давомнокии кори якҷояи бригадаҳоро ба соат ифода мекунем.

$$18 \text{ соату } 45 \text{ дақиқа } = 18\frac{45}{60}\text{соат} = 18\frac{3}{4}\text{соат}$$

Акнун дар як соат кадом ҳиссаи пахтаи майдонро ҳар як бригада мeғундорад бо номаълумҳои матлуб, яъне тағйирёбандаҳои дохилкардашуда ифода мекунем:

$\frac{1}{x}$ –ҳиссаи майдоне, ки бригадаи якум пахтаи онро дар як соат мeғундорад;

$\frac{1}{y}$ –ҳиссаи майдоне, ки бригадаи дуюм пахтаи онро дар як соат мeғундорад.

Бо назардошти шарти масъала муодилаи зеринро тартиб медиҳем (дар асоси кори якҷояи онҳо)

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18\frac{3}{4}}$ ё ки $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{75}$

Акнун ҳар ду муодилаи тартиб додашударо якҷоя намуда системаи зеринро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} y = x - 20 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{75} \end{cases}$$

Системаи мазкурро бо методи гузориш ҳал мекунем. Муодилаи дуюми система чунин мешавад:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 20} = \frac{4}{75}$$

Муодилаи касрии ҳосилшударо ҳал мекунем:

$75x(x - 20)$ –махраҷи умумӣ

$$75(x - 20) + 75x = 4x(x - 20)$$

Пас аз содда кардан муодилаи квадратӣ ҳосил мешавад.

$$4x^2 - 230x + 1500 = 0$$

Муодила решаҳои $x_1 = 7{,}5$ ва $x_2 = 50$- ро дорад.

Акнун, қиматҳои мувофиқи y – ро меёбем:

$y_1 = x_1 - 20 = 7{,}5 - 20 = -12{,}5$ ва $y_2 = x_2 - 20 = 50 - 20 = 30$

Азбаски x ва y давомнокии вақтро ифода мекунанд, бинобар ин $x > 0$ ва $y > 0$ мебошад. Қиматҳои $x_1 = 7{,}5$ ва $y_1 = -12{,}5$ шарти масъаларо қонеъ намегардонанд, бинобар ин ҷавоби масъала шуда наметавонанд.

Ҷавоб: Як бригада дар алоҳидагӣ пахтаи майдонро дар 50 соат, дигараш дар 30 соат мeғундорад.

Масъалаи № 519. Се адад прогрессияи геометриро ташкил медиҳад. Агар аъзои дуюмро ба 8 воҳид зиёд кунем, онгоҳ прогрессияи арифметикӣ ва агар аъзои сеюми прогрессияи арифметикиро ба 64 воҳид зиёд намоем боз прогрессияи геометрӣ ҳосил мешавад. Ин ададҳоро ёбед [2,с.166-167].

Ҳал: Се ададҳои додашударо бо x, y ва z ишорат мекунем. Агар бо $q -$ махраҷи прогрессияро ишорат кунем он гоҳ вобастагии байни се ададҳои мазкур $y = xq$ ва $z = xq^2$ мебошад.

Се адад $x,\ y+8,\ z$ прогрессияи арифметикиро ташкил медиҳанд, пас вобастагии байни онҳо дар асоси хосияти прогрессия

$x + z = 2(y+8)$ ё ки $x + xq^2 = 2(xq+8)$ мебошад.

Ададҳои $x, y+8$ ва $z+64$ ё ки $x,\ xq+8,\ xq^2+64$ аз нав прогрессияи геометриро ташкил медиҳанд. Бинобар он дар асоси хосияти прогрессияи геометрӣ вобастагии байни онҳоро чунин навишта метавонем:

$x(z+64) = (y+8)^2$ ё ки $x(xq^2+64) = (xq+8)^2$

Ҳамин тавр, системаи ду муодилаи дуномаълумаи зеринро ҳосил кардем:

$$\begin{cases} x + xq^2 = 2(xq+8) \\ x(xq^2+64) = (xq+8)^2 \end{cases} => \begin{cases} x + xq^2 = 2xq + 16 \\ x^2q^2 + 64x = x^2q^2 + 16xq + 64 \end{cases} =>$$

$$\begin{cases} \frac{4}{4-q}(1-2q+q^2) = 16 \\ x = \frac{4}{4-q} \end{cases} => \begin{cases} 1-2q+q^2 = 4(4-q) \\ x = \frac{4}{4-q} \end{cases} => \begin{cases} (1+q)^2 = 16 \\ x = \frac{4}{4-q} \end{cases} => \begin{cases} q_1 = -5 \\ x_1 = \frac{4}{9} \end{cases} \text{ ё } \begin{cases} q_2 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Ададҳои y ва z – ро меёбем

$$y_1 = x_1q_1 = \frac{4}{9}\cdot(-5) = -\frac{20}{9}; z_1 = x_1q_1^2 = \frac{4}{9}\cdot(-5)^2 = \frac{100}{9}$$
$$y_2 = x_2q_2 = 4\cdot 3 = 12; z_2 = x_2q_2^2 = 4\cdot 3^2 = 36$$

Ҷавоб: $\frac{4}{9}; -\frac{25}{9}; \frac{100}{9}$ ё $4; 12; 36.$

Масъалаи №587. Дар прогрессияи геометрӣ аъзои якум, сеюм ва панҷумаш мувофиқан ба аъзои якум, чорум ва шонздаҳуми ягон прогрессияи арифметикӣ баробар аст. Аъзои чоруми прогрессияи арифметикиро ёбед, агар аъзои якуми он ба 5 баробар бошад [2,с.176].

Ҳал. Агар (b_n) – прогрессияи геометрӣ ва бо (a_n) – прогрессияи арифметикиро ишорат кунем, онгоҳ мувофиқи шарти масъала

$b_1 = a_1 = 5,\ \ b_3 = a_4$ ва $b_5 = a_{16}$ буда, ёфтани a_4 – талаб карда шудааст. Ҳангоми махраҷи прогрессияи геометриро бо q ва фарқи прогрессияи арифметикиро бо d ишорат кардан ва бо назардошти шарти масъала системаи зерин ҳосил мешавад:

$$\begin{cases} 5q^2 = 5 + 3d \\ 5q^4 = 5 + 15d \end{cases} => \begin{cases} 5q^2 = 5 + 3d \\ q^4 = 1 + 3d \end{cases}$$

Аз муодилаи якуми система муодилаи дуюмро тараф ба тараф тарҳ кунем, муодилаи $5q^2 - q^4 = 4$ ҳосил мешавад. Аз инҷо $q^4 - 5q^2 + 4 = 0$ – ро ҳосил мекунем, ки онро нисбат ба q^2 ҳал кунем $(q^2)_1 = 1$ ва $(q^2)_2 = 4$ мешавад. Азбаски $a_4 = 5q^2$ аст, пас $(a_4)_1 = 5\cdot 1 = 5$ ва $(a_4)_2 = 5\cdot 4 = 20$ – ро ҳосил мекунем. Ҳангоми аъзои чоруми прогрессияи арифметикӣ ба 5 баробар будан аъзоҳои он ба як адад – адади 5 баробар мешавад, ки ба гуногун будани аъзоҳои он мувофиқат намекунад.

Ҷавоб: аъзои чоруми прогрессияи арифметикӣ ба 20 баробар аст.

Ҳамин тариқ, ҳалли масъалаҳои мазкур нишон дод, ки ҳар чӣ бештар сатҳи ҳалли масъалаҳо душвор бошад, ҳамон андоза рушди тафаккури мантиқӣ ва қобилияти зеҳнии хонандагон хуб мешавад. Онҳоро барои ҳалли масъалаҳои гуногуни душвори ҳаётӣ омода месозад. Ҳамчунин ҳалли масъалаҳои математикии сатҳашон душвор қобилияти таҳлили ҳолатҳои мураккаби ҳаётиро дар хонанда тавсеа мебахшад, барои зуд фикр намудан ва ҳалли масъалаҳои иҷтимоӣ мадад мерасонанд.

ПАЙНАВИШТ:

1. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. Китоби дарсӣ барои синфи 9/Ю.Н Макарычев,Н.Г.Миндюк, К.М.Нешков,С.Б.Суворова,С.А.Таляковский.-Д: Маориф, 1991.-320 с.

2. Усмонов, Н. Алгебра. Китоби дарсӣ барои синфи 9-и мактабҳои таҳсилоти умумӣ/Н.Усмонов,Р. Пиров Р.- Душанбе, Матбуот 2005.-224 с.
3. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи. Книга для учащихся старших классов/Л.М.Фридман,Е.Н.Турецкий.- М.: Просвещение, 1989. - 192 с.
4. Фридман, Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач/ Л. М.Фридман.– М.: Педагогика, 1977.

REFERENCES:

1. Makarychev, Yu.N. Algebra: manual for the 9th grade / Yu.N Makarychev, N.G. Mindyuk, K.M. Neshkov, S.B. Suvorova, S.A. Talyakovsky. – Dushanbe: Enlightenment, 1991. - 320 p.
2. Usmonov, N. Algebra: manual for the 9th grade of secondary schools / N. Usmonov, R. Pirov R. – Dushanbe: Press, 2005. - 224 p.
3. Friedman, L.M. How to Learn to Solve Tasks: manual for senor classes/L.M.Fridman,E.N. Turetsky.–M.:Enlightenment, 1989. - 192 p.
4. Fridman, L.M.Logical and Psychological Analysis Beset with School Educational Tasks/L.M. Fridman.–M.:Pedagogy,1977.