УДК: 517. 927. 21
ББК 22.161.1
О - 42

ФОРМУЛА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ И ЗАДАЧА ТИПА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЛЕВОЙ ИЛИ ПРАВОЙ ГРАНИЧНОЙ СЛАБО СИНГУЛЯРНОЙ ТОЧКОЙ

Олими Абдуманон Гафорзода *– кандидат физико-математических наук, доценткафедры математического анализа имени профессора А.Мухсинова ГОУ “ХГУ имени академика Б.Гафурова” (Республика Таджикистан, Худжанд), e–mail: Abdumanon1950@mail.ru,*
Дадоджанова Мукаддас Якубджановна *- кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой высшей и прикладной математики ГОУ “ХГУ имени академика Б.Гафурова” (Республика Таджикистан, Худжанд), e–mail: moqaddaskhon@mail.ru*

ФОРМУЛАИ ТАСВИРИ ҲАЛЛИ УМУМӢ ВА МАСЪАЛАИ НАМУДИ КОШӢ БАРОИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ХАТТИИ ОДИИ ТАРТИБИ ДУЮМ БО НУҚТАИ ЧАП Ё РОСТИ САРҲАДИИ ДОРОИ СИНГУЛЯРНОКИИ ПАСТ

Олимӣ Абдуманон Ғафорзода *- номзади илмҳои физика-математика, дотсенти кафедраи анализи математикӣ ба номи профессор А. Мӯҳсинови МДТ “ДДХ ба номи академик Б. Ғафуров” (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш.Хуҷанд), e–mail: Abdumanon1950@mail.ru,*
Дадоҷонова Муқаддас Ёқубҷоновна *- номзади илмҳои физика-математика, дотсент, мудири кафедраи математикаи олӣ ва амалии МДТ “ДДХ ба номи академик Б. Ғафуров” (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд), e–mail: moqaddaskhon@mail.ru,*

REPRESENTATION FORMULA OF THE GENERAL SOLUTION AND THE CAUCHY TYPE PROBLEM FOR A SYSTEM OF THE SEKOND ORDER LINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH LEFT OR RIGHT BOUNDARY WEAKLY SINGULAR POINT

Olimi Abdumanon Gaforzoda *– Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor Mathematical Analysis Department named after Professor A. Muksinov under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov (Tajikistan Republic, Khujand), e–mail:* Abdumanon1950@mail.ru,
Dadojanova Mukaddas Yakubdjanovna *- Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor, Head of Higher and Applied Mathematics Department under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov(Tajikistan Republic, Khujand), e–mail: moqaddaskhon@mail.ru*

Ключевые слова: *система обыкновенных дифференциальных уравнений, слабо сингулярная точка, система интегральных уравнений Вольтерра, общее решение, формулы обращения, свойства решений, задача типа Коши.*

В статье система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка общего вида с граничной слабо сингулярной точкой исследована сведением ее к системе интегральных уравнений Вольтерра второго рода со слабой особенностью. Выписано общее решение системы с помощью *резольвент системы интегральных уравнений, которое используется для установления формул обращения представления, изучения поведения решений в окрестности особой точки, выяснения корректной постановки и нахождения решения задачи типа Коши.*

Вожаҳои калидӣ: *системаи муодилаҳои дифференсиалии одӣ, нуқтаи дорои сингулярнокии паст, системаи муодилаҳои интегралии Волтерр, ҳалли умумӣ, формулаҳои баргардонӣ, хосиятҳои ҳалҳо, масъалаи намуди Кошӣ.*

Дар мақола системаи муодилаҳои дифференсиалии одии хаттии тартиби дуюми намуди умумӣ бо нуқтаи сарҳадии дорои сингулярнокии паст бо роҳи овардан ба системаи муодилаҳои интегралии навъи дуюми Волтерр бо махсусияти суст тадқиқ карда шудааст.Ҳалли умумии система бо ёрии резолвентаҳои системаи муодилаҳои интегралӣ навишта шудааст, ки он дар ҳосил кардани формулаҳои баргардонии тасвир, омӯзиши хосиятҳои ҳалҳо дар атрофи нуқтаи махсус, муайян кардани гузориши корректӣ ва ҳалли масъалаи намуди Кошӣ истифода мегардад.

Key words: *system of ordinary differential equations, weakly singular point, system of Volterra integral equations, general solution, inversion formulas, properties of solutions, Cauchy type problem.*

In the article, a system of linear ordinary differential equations of the second order of general form with a boundary weakly singular point is investigated by reducing it to a system of Volterra integral equations of the second kind with a weak singularity. The general solution of the system is written out using the resolvent system of integral equations, which is used to establish inversion formulas of the representation, study the behavior of solutions in the neighborhood of a singular point, find out the correct formulation and a solution to a Cauchy-type problem.

В интервале $\Gamma=(a,b)$ ($a<b$) действительной числовой оси рассмотрим следующую систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$y_j''+\frac{2p_j(x)}{|x-c|^{\alpha}}y_j'+\sum_{k=1}^{m}\frac{r_{jk}(x)}{|x-c|^{\alpha+1}}y_k=\frac{f_j(x)}{|x-c|^{\alpha+1}},\ j=\overline{1,m}, \tag{1}$$

где $0<\alpha<1$ - действительное число, $c=a$ или $c=b$ - граничная особая слабо сингулярная точка, $p_j(x)$, $r_{jk}(x)$, $f_j(x)$ - известные, а $y_j(x)$ - искомые функции.

Исследованию проблем получения представления общего решения в интегральном виде, выявлению характеристических свойств этих представлений, изучению поведения решений в окрестности особых точек, выяснению корректной постановки граничных задач и нахождения их решения для общих линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высшего порядков, а также их систем с коэффициентами, имеющими различный порядок вырождения или сингулярности, посвящен ряд исследований, например, [1-15].

Целью настоящей статьи явилось нахождение формулы общего решения системы (1) в интегральном виде, его применение к изучению свойств решений, постановке и решению задачи Коши с условиями в особой точке.

Имеет место следующее утверждение:

Теорема 1. Предположим, что в системе (1) $c=a$, $p_j(x)\in C^1(\overline{\Gamma})$, $p_j(a)\neq 0$, $r_{jk}(x)$, $f_j(x)\in C(\overline{\Gamma})$, $j,k=\overline{1,m}$ и уравнение с номером s, $s=\overline{1,m}$ считается основным. Функции $f_j(x)$, $R^{\alpha,+}_{js,a}(x)=r_{jj}(x)-(x-a)p_s'(x)+$ $+\alpha p_s(x)-(x-a)^{1-\alpha}p_s^2(x)$, $r_{jk}(x)$, $k\neq j$ и $\Omega_{js}(x)=2[p_s(x)-p_j(x)]$, $j,k=\overline{1,m}$ в точке $x=a$ обращаются в нуль со следующим асимптотическим поведением при $x\to a+0$, соответственно:

$f_j(x)=o[(x-a)^{\beta^+_{js}}]$, $R^{\alpha,+}_{js,a}(x)=o[(x-a)^{\gamma^+_{js}}]$, $r_{jk}(\xi)=o[(x-a)^{\delta^+_{jk}}]$, $k\neq j$, $\Omega_{js}(x)=o[(x-a)^{\varepsilon^+_{js}}]$,

$\beta^+_{js},\gamma^+_{js},\delta^+_{jk},\varepsilon^+_{js}>\alpha$, $j,k=\overline{1,m}$.

Тогда общее решение системы из класса $C(\overline{\Gamma}) \cap C^2(\Gamma)$ дается формулой

$$y_j(x) = \exp[-u^{\alpha,+}_{p_s,a}(x)]\Big\{ T^{\alpha,+}_a[p_s(x), f_j(x), c^+_{j1}, c^+_{j0}] -$$

$$-\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m}\int_a^x \Gamma^{\alpha,+}_{jk,a}(x,\xi)T^{\alpha,+}_a[p_s(\xi), f_k(\xi), c^+_{k1}, c^+_{k0}]d\xi - \int_a^x \Gamma^{\alpha,+}_{jj,a}(x,\xi)T^{\alpha,+}_a[p_s(\xi), f_j(\xi), c^+_{j1}, c^+_{j0}]d\xi \Big\} \equiv \quad (2)$$

$$\equiv Q^{\alpha,+}_{j,a}[(p), (r), (f), c^+_{11}, c^+_{10}, ..., c^+_{m1}, c^+_{m0}], \ j = \overline{1,m},$$

где $u^{\alpha,+}_{p_s,a}(x) = \int_a^x \frac{p_s(t)}{(t-a)^\alpha}dt$, $\Gamma^{\alpha,+}_{jk,a}(x,\xi)$, $j,k = \overline{1,m}$ - является резольвентой системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода со слабой особенностью

$$\varphi_j(x) + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m}\int_a^x K^{\alpha,+}_{jk,a}(x,\xi)\varphi_k(\xi)d\xi + \int_a^x K^{\alpha,+}_{jj,a}(x,\xi)\varphi_j(\xi)d\xi = T^{\alpha,+}_a[p_s(x), f_j(x), c^+_{j1}, c^+_{j0}], \ j = \overline{1,m}, \quad (3)$$

в котором, ядра и правая часть, определяются формулами

$K^{\alpha,+}_{jk,a}(x,\xi) = (x-\xi)r_{jk}(\xi)(\xi-a)^{-\alpha-1}, k \neq j$, $K^{\alpha,+}_{jj,a}(x,\xi) = \Big\{(x-\xi)\Big\{R^{\alpha,+}_{js,a}(\xi) + (\xi-a)\Omega_{js}'(\xi) +$
$+[p_s(\xi)(\xi-a)^{1-\alpha} - \alpha]\Omega_{js}(\xi)\Big\} - (\xi-a)\Omega_{js}(\xi)\Big\}(\xi-a)^{-\alpha-1}$, $j,k = \overline{1,m}$, $T^{\alpha,+}_a[p_s(x), f_j(x), c^+_{j1}, c^+_{j0}] =$
$= \int_a^x (x-\xi) f_j(\xi)(\xi-a)^{-\alpha-1}\exp[u^{\alpha,+}_{p_s,a}(\xi)]d\xi + c^+_{j1}(x-a) + c^+_{j0}$, неизвестные функции $\varphi_j(x)$ связаны с искомыми функциями $y_j(x)$ при помощи равенства

$$y_j(x) = \exp[-u^{\alpha,+}_{p_s,a}(x)]\varphi_j(x), \quad (4)$$

для краткости положено $(p) \equiv \{p_1(x), ..., p_m(x)\}$, $(f) \equiv \{f_1(x), ..., f_m(x)\}$,
$(r) \equiv \{r_{11}(x), ..., r_{1m}(x), ..., r_{m1}(x), ..., r_{mm}(x)\}$, а c^+_{j1}, c^+_{j0} - произвольные постоянные.

Для доказательства теоремы 1, применяя рассуждения, аналогичные при доказательстве теоремы 1.1 из работы [15] и при обращении преобразованной системы (1) используя формулу (4) из [11, с.12], выводится формула (4). При помощи формулы (4) доказательство завершается установлением следующих фактов: если $y_j(x)$, $j = \overline{1,m}$ есть решение системы (1), то $\varphi_j(x)$, $j = \overline{1,m}$, определяемая равенствами (4) будет решением системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода (3), которая имеет слабую особенность при выполнении условий теоремы; если $\varphi_j(x)$, $j = \overline{1,m}$ есть решение системы интегральных уравнений (3), то $\varphi_j(x) \in C(\overline{\Gamma}) \cap C^2(\Gamma)$ и удовлетворяет системе дифференциальных уравнений вида

$$\varphi''_j(x) - \frac{\Omega_{js}(x)}{(x-a)^\alpha}\varphi'_j(x) + \sum_{\substack{k=1,\\k\neq j}}^{m}\frac{r_{jk}(x)}{(x-a)^{\alpha+1}}\varphi_k(x) + \frac{R^{\alpha,+}_{js,a}(x) + (x-a)^{1-\alpha}p_s(x)\Omega_{js}(x)}{(x-a)^{\alpha+1}}\varphi_j(x) =$$

$$= f_j(x)(x-a)^{-\alpha-1}\exp[u^{\alpha,+}_{p_s,a}(x)], \ j = \overline{1,m},$$

а тогда система функций $y_j(x)$, $j = \overline{1,m}$, определяемая равенством (4), будет решением системы (1).

Следствие 1. Из представления (2) вытекает, что в окрестности точки $x = a$ все решения системы (1) являются ограниченными.

Следствие 2. Непосредственная проверка показывает, что представление (2) удовлетворяет следующим равенствам, которые являются для него формулами обращения:

$$[B^{\alpha,+q}_{p_s,a}y_j(x)]_{x=a+0} = c^+_{jq}, \ j = \overline{1,m}, \ q = 0,1, \quad (5)$$

где $B^{\alpha,+}_{p_s,a}y = y' + \dfrac{p_s(x)}{(x-a)^{\alpha}}\,y$, $B^{\alpha,+0}_{p_s,a}y \equiv y$.

Теорема 2. Пусть в системе (1) $c = b$ и $p_j(x) \in C^1(\overline{\Gamma})$, $p_j(b) \neq 0$, $r_{jk}(x)$, $f_j(x) \in C(\overline{\Gamma})$, $j,k = \overline{1,m}$ и уравнение с номером l считается основным. Функции $f_j(x)$, $r_{jk}(x)$, $k \neq j$, $R^{\alpha,-}_{jl,b}(x) = r_{jj}(x) - (b-x)p_l'(x) - \alpha p_l(x) - (b-x)^{1-\alpha}p_l^2(x)$
и $\Omega_{jl}(x)$ в точке $x = b$ равняются нулю со следующим асимптотическим
поведением при $x \to b-0$, соответственно:

$f_j(x) = o[(b-x)^{\beta^-_{jl}}]$, $r_{jk}(x) = o[(b-x)^{\delta^-_{jk}}]$, $R^{\alpha,-}_{jl,b}(x) = o[(b-x)^{\gamma^-_{jl}}]$, $\Omega_{jl}(x) = o[(b-x)^{\varepsilon^-_{jl}}]$, $\beta^-_{jl}, \delta^-_{jk}, \gamma^-_{jl}, \varepsilon^-_{jl} > \alpha \quad j = \overline{1,m}$.

Тогда общее решение системы уравнений (1) из класса $C(\overline{\Gamma}) \cap C^2(\Gamma)$ выражается формулой

$$y_j(x) = \exp[u^{\alpha,-}_{p_l,b}(x)]\Big\{ T^{\alpha,-}_b[p_l(x), f_j(x), c^-_{j1}, c^-_{j0}] + \\ + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m}\int_x^b \Gamma^{\alpha,-}_{jk,b}(x,\xi)T^{\alpha,-}_b[p_l(\xi), f_k(\xi), c^-_{k1}, c^-_{k0}]d\xi + \int_x^b \Gamma^{\alpha,-}_{jj,b}(x,\xi)T^{\alpha,-}_b[p_l(\xi), f_j(\xi), c^-_{j1}, c^-_{j0}]d\xi \Big\} \equiv \\ \equiv Q^{\alpha,-}_{j,b}[(p),(r),(f), c^-_{11}, c^-_{10}, \dots, c^-_{m1}, c^-_{m0}],\ j = \overline{1,m}, \tag{6}$$

где $u^{\alpha,-}_{p_l,b}(x) = \displaystyle\int_x^b \frac{p_l(t)}{(b-t)^{\alpha}}dt$ и $\Gamma^{\alpha,-}_{jk,b}(x,\xi)$, $j,k = \overline{1,m}$ - есть резольвента системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода со слабой особенностью

$$\psi_j(x) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m}\int_x^b K^{\alpha,-}_{jk,b}(x,\xi)\psi_k(\xi)d\xi - \int_x^b K^{\alpha,-}_{jj,b}(x,\xi)\psi_j(\xi)d\xi = T^{\alpha,-}_b[p_l(x), f_j(x), c^-_{j1}, c^-_{j0}],\ j = \overline{1,m}, \tag{7}$$

с ядрами и правой частью

$K^{\alpha,-}_{jk,b}(x,\xi) = (x-\xi)r_{jk}(\xi)(b-\xi)^{-\alpha-1}, k \neq j$, $K^{\alpha,-}_{jj,b}(x,\xi) = \Big\{(x-\xi)\Big\{R^{\alpha,-}_{jl,b}(\xi) + (b-\xi)\Omega_{jl}'(\xi) + [(b-\xi)^{1-\alpha}p_l(\xi) + \alpha]\Omega_{jl}(\xi)\Big\} - (b-\xi)\Omega_{jl}(\xi)\Big\}(b-\xi)^{-\alpha-1}$, $T^{\alpha,-}_b[p_l(x), f_j(x), c^-_{j1}, c^-_{j0}] = c^-_{j1}(b-x) + c^-_{j0} - \displaystyle\int_x^b (x-\xi)\, f_j(\xi)(b-\xi)^{-\alpha-1}\exp[-u^{\alpha,-}_{p_l,b}(\xi)]d\xi$, неизвестными функциями $\psi_j(x)$, связанными с искомыми $y_j(x)$ по формуле

$$y_j(x) = \exp[u^{\alpha,-}_{p_l,b}(x)]\psi_j(x),\ j = \overline{1,m}, \tag{8}$$

а c^-_{j1}, c^-_{j0} - произвольные постоянные.

Данная теорема доказывается подобно теореме 1 с использованием выше - приведенной формулы (8), формулы (16) из работы [11, с.14] и того факта, что решение системы интегральных уравнений (7) принадлежит классу $C(\overline{\Gamma}) \cap C^2(\Gamma)$ и удовлетворяет системе дифференциальных уравнений

$$\psi_j''(x) - \frac{\Omega_{jl}(x)}{(b-x)^{\alpha}}\psi_j'(x) + \sum_{\substack{k=1,\\k\neq j}}^{m}\frac{r_{jk}(x)}{(b-x)^{\alpha+1}}\psi_k(x) + \frac{R^{\alpha,-}_{jl,b}(x) + (b-x)^{1-\alpha}p_l(x)\Omega_{jl}(x)}{(b-x)^{\alpha+1}}\psi_j(x) = \\ = f_j(x)(b-x)^{-\alpha-1}\exp[-u^{\alpha,-}_{p_l,b}(x)],\ j = \overline{1,m}.$$

Следствие 3. Все решения системы (1), выражаемые по формуле (6) в окрестности особой точки $x=b$ являются ограниченными.

Следствие 4. Для представления (6) имеют место следующие характеристические равенства, являющиеся формулами его обращения:

$$[B^{\alpha,-q}_{p_l,b}y_j(x)]_{x=b-0}=(-1)^q c^-_{jq},\ j=\overline{1,m},\ q=0{,}1,\ \text{где}\ B^{\alpha,-}_{p_l,b}y=y'+\frac{p_l(x)}{(b-x)^\alpha}y,\ B^{\alpha,-0}_{p_l,b}y\equiv y.$$

Полученные выше представления общего решения системы (1) можно применять к постановке и решению задачи типа Коши с условиями в слабо сингулярной точке.

Задача 1. При выполнении условий теоремы 1 найти решение системы (1) из класса $C(\overline{\Gamma})\cap C^2(\Gamma)$ по следующим условиям:

$$[B^{\alpha,+q}_{p_s,a}y_j(x)]_{x=a+0}=y^+_{jq},\ j=\overline{1,m},\ q=0{,}1, \tag{9}$$

где y^+_{jq} - заданные вещественные числа.

Для решения этой задачи представление (2) подчиним условиям (9). Тогда используя равенства (5) для нахождения произвольных постоянных c^+_{jq} получим равенства $c^+_{jq}=y^+_{jq}$, $j=\overline{1,m}$, $q=0{,}1$. Найденное значение произвольных постоянных подставляя в формулу (2), получим решение задачи в виде:

$$y_j(x)=Q^{\alpha,+}_{j,a}[(p),\ (r),(f),\ y^+_{11},y^+_{10},...,y^+_{m1},y^+_{m0}],\ j=\overline{1,m}\ . \tag{10}$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда задача 1 имеет единственное решение, которое выражается формулой (10).

Аналогичным образом решается следующая задача:

Задача 2. При выполнении условий теоремы 2 найти решение системы (1) из класса $C(\overline{\Gamma})\cap C^2(\Gamma)$ по следующим условиям:

$$[B^{\alpha,-q}_{p_l,b}y_j(x)]_{x=b-0}=y^-_{jq},\ j=\overline{1,m},\ q=0{,}1,$$

где y^-_{jq} - заданные вещественные числа.

Справедливо следующее утверждение:

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда задача 2 имеет единственное решение, которое выражается формулой

$$y_j(x)=Q^{\alpha,-}_{j,b}[(p),\ (r),(f),\ -y^-_{11},y^-_{10},...,-y^-_{m1},y^-_{m0}],\ j=\overline{1,m}\ .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Раджабов Н. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Пособие по спецкурсу. Часть 4/ Н. Раджабов . - Душанбе, 1985. - 148с.
2. Раджабов Н. К теории обыкновенных дифференциальных уравнений со сверхсингулярной точкой / Н.Раджабов, В.В.Шевчук // Доклады Академии наук ТаджССР. - 1989. - Т. 32. - №8. - С. 506 - 510.
3. Михайлов Л.Г. Об одном способе исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с сингулярными точками/Л.Г.Михайлов// Доклады Академии наук России. - 1994. - Т. 336. - №1. - С. 21-23.
4. Rajabov N. Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients.- Dushanbe, 1998. - 160p.
5. Раджабов Н. К теории одного класса модельного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка с левой граничной сверхсингулярной точкой / Н. Раджабов, Г.М. Кодиров // Матер. респ. науч. конф. «Дифференциальные и интегральные уравнения», посв. 60 - летию образ. ТГНУ и 70 - летию академика АН РТ Раджабова Н., Душанбе, 2008. - С. 64-66.
6. Раджабов Н. Линейная модельная система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с одной левой граничной сингулярной точкой/ Н. Раджабов, О.И.Меликов //Доклады Академии наук Республики Таджикистан. - 2015.- Т. 58. - №6. - С.451 - 457.

7. Олимов А.Г. Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка общего вида со сверхсингулярной точкой/ А.Г.Олимов, Н.Раджабов//. - Вестник Таджикского национального Университета. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино.-2016.-1/1(192). - С. 62-65.
8. Олимов А.Г. Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка общего вида с сингулярной точкой/ А.Г.Олимов, Н.Раджабов// Вестник Таджикского национального Университета. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино.-2016.- 1/4(216). - С. 3-7.
9. Олимов А.Г. Интегральные представления и задачи типа Коши для одной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярной точкой/ А.Г. Олимов, Н. Раджабов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. - 2016. - Т. 59. - № 3-4. - С. 99-105.
10. Олимов А.Г. Интегральные представления и задачи типа Коши для одной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка со сверхсингулярной точкой/ А.Г. Олимов, Н. Раджабов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. - 2017. - Т.60. - №7-8. - С.279-285.
11. Олимов А.Г. Интегральное представление и задача типа Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с граничной слабо сингулярной точкой/ А.Г. Олимов, М.Я.Дадоджанова// Вестник Таджикского национального Университета. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино. – 2018.-№1.- С.11-16.
12. Олимов А.Г. Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка общего вида с сингулярной точкой / А.Г.Олимов, М.Я.Дадоджанова// Ученые записки Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки.– Худжанд: Нури маърифат. -2016.- №3 (38). - С. 24-31.
13. Дадоджонова М.Я. Интегральное представление решений и задачи типа Коши-Рикье для двух обыкновенных дифференциальных уравнений специального типа с граничной слабо сингулярной точкой/ М.Я.Дадоджонова, А.Г.Олими // Ученые записки Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. - Худжанд: Нури маърифат, 2015, №2(33). - С. 3-10.
14. Олими А.Г. Представление общего решения в интегральном виде и задачи типов Коши и линейного сопряжения для линейного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка со сверхсингулярной точкой/ А.Г.Олими// Вестник Таджикского национального Университета. Серия естественных наук. - Душанбе: Сино. - 2021. - №1. - С.60 - 77.
15. Олими А.Г. Представление общего решения в интегральном виде и задача типа Коши для системы m линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с граничной сингулярной точкой/А.Г.Олими// Ученые записки Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки.- Худжанд: Нури маърифат.-2021.-№4 (59). - С.3-12.

REFERENCES

1. Rajabov N. Integral representations and boundary value problems for some differential equations with a singular line or singular surfaces. Special course manual. Part 4/ N. Rajabov. - Dushanbe, 1985. - 148p.
2. Rajabov N. To the theory of ordinary differential equations with a supersingular point / N.Rajabov, V.V.Shevchuk // Reports of the Academy of Sciences of the Tajik SSR. - 1989. - Vol. 32. - No. 8. - P. 506 - 510.
3. Mikhailov L.G. On one method of studying systems of ordinary differential equations with singular points /L.G.Mikhailov// Reports of the Russian Academy of Sciences. - 1994. - Vol. 336. - No.1. - P. 21-23.
4. Rajabov N. Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients.- Dushanbe, 1998. - 160p.
5. Rajabov N. On the theory of one class of a model ordinary differential equation of the third order with a left boundary supersingular point / N. Rajabov, G.M. Kodirov // Mater. Rep. nauch. conf. "Differential and integral equations", dedicated to the 60th anniversary of the image. TGNU and the 70th anniversary of Academician of the Academy of Sciences of the RT Rajabov N., Dushanbe, 2008. - P. 64-66.
6. Rajabov N. Linear model system of first-order ordinary differential equations with one left boundary singular point/ N. Rajabov, O.I.Melikov //Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2015. - Vol. 58. - No. 6. - P.451 - 457.
7. Olimov A.G. Linear ordinary differential equation of the third order of a general form with a supersingular point/ A.G.Olimov, N.Rajabov//. - Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – Dushanbe: Sino.-2016.-1/1(192). - P. 62-65.
8. Olimov A.G. Linear ordinary differential equation of the third order of a general form with a singular point / A.G.Olimov, N.Rajabov// Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – Dushanbe: Sino.-2016.- 1/4(216). - P. 3-7.

9. Olimov A.G. Integral representations and Cauchy-type problems for one system of linear ordinary differential equations of the second order with a singular point/ A.G. Olimov, N. Rajabov// Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2016. - Vol. 59. - No. 3-4. - P. 99-105.
10. Olimov A.G. Integral representations and Cauchy-type problems for one system of linear ordinary differential equations of the second order with a supersingular point/ A.G. Olimov, N. Rajabov// Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2017. - Vol.60. - No.7-8. - P.279-285.
11. Olimov A.G. Integral representation and the Cauchy type problem for an ordinary differential equation of the second order with a boundary weakly singular point/ A.G. Olimov, M.Ya.Dadojanova// Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – Dushanbe: Sino. – 2018.-No. 1.- P.11-16.
12. Olimov A.G. Linear ordinary differential equation of the second order of a general form with a singular point / A.G.Olimov, M.Ya. Dadojanova// Scientific notes of the Khujand State University named after academician B. Gafurov. Series: Natural and Economic Sciences.– Khujand: Nuri marifat. -2016.- №3 (38). - P. 24-31.
13. Dadojonova M.Ya. Integral representation of solutions and problems of the Cauchy-Riquier type for two ordinary differential equations of a special type with a boundary weakly singular point/ M.Ya.Dadojonova, A.G.Olimi // Scientific notes of the Khujand State University named after academician B. Gafurov. Series: Natural and Economic Sciences. - Khujand: Nuri marifat, 2015, №2(33). - P. 3-10.
14. Olimi A.G. Representation of the general solution in integral form and problems of Cauchy types and linear conjugation for a linear ordinary differential equation of the third order with a supersingular point/ A.G.Olimi// Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. - Dushanbe: Sino. - 2021. - No. 1. - P.60-77.
15. Olimi A.G. Representation of the general solution in integral form and the Cauchy type problem for a system of linear ordinary differential equations of the second order with a boundary singular point/A.G.Olimi// Scientific notes of the Khujand State University named after academician B. Gafurov. Series: Natural and Economic Sciences.- Khujand: Nuri marifat.-2021.-№4 (59). - P.3-12.