УДК: 517.946.9
ББК 22.161.6

УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ СРЕД С ПАМЯТЬЮ

Курбонов Икром Курбанович *- доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики ГОУ " ДСРТ"*
Кибориен Бободжон Киборзаде *– кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных технологий ГОУ"ДДБ имени Носира Хусрава" e-mail: matinf.fakultet@bk.ru*

МУОДИЛАҲОИ ҲОЛАТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТӢ БАРОИ МУҲИТИ ДОРОИ ХОТИРА

Қурбанов Икром Қурбанович *– доктори илмҳои физика-математика, профессори кафедраи математика ва физикаи МДТ "ДСРТ"*
Кибориён Бобоҷон Киборзода *– номзади илмҳои физика-математика, дотсенти кафедраи технологияи иттилоотӣ ва МТИ-и МДТ "ДДБ ба номи Носири Хусрав" e-mail: matinf.fakultet@bk.ru*

EQUATIONS OF STATE OF ELECTROMAGNETIC ELASTICI FOR MEDIA WITH MEMORY

Kurbonov Ikrom Kurbanovich *- Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Mathematics and Physics of the State Educational Institution "DSRT"*
Kiboriyon Bobojon Kiborzoda *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Information Technology and MPI of the State Educational Institution "Nosir Khusrav DDB" e-mail: matinf.fakultet@bk.ru*

Ключевые слова: *векторы индукций электрического и магнитного полей, напряженности электрического и магнитного полей, магнитная проницаемость и проводимость, линейные модели наследственности.*

Известно, что совместное использование электрических сил и квантомеханических эффектов позволяет определять структуру большого числа веществ, исследовать их свойства, а также ответить на вопрос, почему тела бывают твердыми и мягкими, жидкими и газообразными, электрическими проводниками и т.д. В электромагнитоупругом отношении среда характеризуется теми или иными уравнениями состояния, связывающими векторы индукций электрического, магнитного полей $\vec{D}$, $\vec{B}$ и тензор напряженности механических полей σ_{ij}, соответственно с векторами напряженностей электрического, магнитного полей $\vec{E}$, $\vec{H}$ и тензор деформации ε_{ij}, а также вектор плотности тока проводимости $\vec{J}$ с $\vec{E}$. Главная теория элктромагнитоупругости для сред с памятью строится на основе общей нелинейной теории из тех соображений, что и механическая.

Вожаҳои калидӣ: *векторҳои индуксияи майдони электрикӣ ва магнитӣ,шиддати майдони электрикӣ ва магнитӣ, гузариши магнитӣ ва гузаронандагӣ, модели хаттии ирсият.*

Дар мақола истифодаи қувваи электрикӣ ва квантомеханикӣ имконият медиҳад, ки сохтор ва хосияҳои ҷисмҳои калонро муайян намоем. Ба ғайр аз ин ба саволҳои ҷисми сахт ва мулоим, моеъгӣ ва газшакл ҷавоб диҳем. Дар муносибатҳои электромагнитии чандирӣ муодилаи

ҳолатҳо бо алоқамандии векторҳои индуксияи электрикӣ $\vec{D}$, ва майдони магнитӣ $\vec{B}$, шиддатнокии майдони механикӣ бо тензори σ_{ij}, бо векторҳои шиддатнокии барқӣ $\vec{E}$, ва майдони магнитӣ $\vec{H}$, тензори деформатсия ε_{ij}, инчунин вектори зичии қувваи ҷараёни гузаранда $\vec{J}$ бо $\vec{E}$ ифода карда мешавад. Назарияи асосии электромагнитии чандир барои муҳитҳои дорои хотира дар асоси муодилаҳои ғайрихаттӣ ифода карда мешавад. Муодилаи ҳолатҳо дар шакли муодилаҳои ғайрихаттӣ оварда шудааст.

***Key words**: electric and magnetic field induction vectors, electric and magnetic field intensity, magnetic permeability and conductivity, linear model of heredity.*

The use of electric and quantum mechanical forces allows us to determine the structure and properties of large bodies. In addition to this, we will answer questions about hard and soft bodies, liquids and gases. In electromagnetic elastic relations, the equation of state is related to the electric induction vectors $\vec{D}$ and the magnetic field $\vec{B}$, the intensity of the mechanical field with the tensor σij, with the electric intensity vectors $\vec{E}$ and the magnetic field $\vec{H}$, the deformation tensor ε ij, as well as the flux density vector the conductor $\vec{J}$ is denoted by $\vec{E}$. The fundamental theory of elastic electromagnetics for media with memory is expressed based on nonlinear equations. The equation of state is presented in the form of non-linear equations.

Известно, что совместное использование электрических сил и квантомеханических эффектов позволяет определять структуру большого числа веществ, исследовать их свойства, а также ответить на вопрос, почему тела бывают твердыми и мягкими, жидкими и газообразными, электрическими проводниками и т.д.

В электромагнитоупругом отношении среда характеризуется теми или иными уравнениями состояния, связывающими векторы индукций электрического, магнитного полей $\vec{D}$, $\vec{B}$ и тензор напряженности механических полей σ_{ij}, соответственно с векторами напряженностей электрического, магнитного полей $\vec{E}, \vec{H}$ и тензор деформации ε_{ij}, а также вектор плотности тока проводимости $\vec{J}$ с $\vec{E}$.

Главная теория электромагнитоупругости для сред с памятью строится на основе общей нелинейной теории из тех соображений, что и механическая [2].

Исходя из работ [1,2], уравнения состояния для пъезоэлектрической среды приведем в виде

$$
\begin{aligned}
\sigma_x &= c_{11}^E\,\varepsilon_x + c_{12}^E\,\varepsilon_y + c_{13}^E\,\varepsilon_z + c_{14}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{15}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{16}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{11}E_x - e_{21}E_y - e_{31}E_z,\\
\sigma_y &= c_{12}^E\,\varepsilon_x + c_{22}^E\,\varepsilon_y + c_{23}^E\,\varepsilon_z + c_{24}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{25}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{26}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{12}E_x - e_{22}E_y - e_{32}E_z,\\
\sigma_z &= c_{13}^E\,\varepsilon_x + c_{23}^E\,\varepsilon_y + c_{33}^E\,\varepsilon_z + c_{34}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{35}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{36}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{13}E_x - e_{23}E_y - e_{33}E_z,\\
\tau_{yz} &= c_{14}^E\,\varepsilon_x + c_{24}^E\,\varepsilon_y + c_{34}^E\,\varepsilon_z + c_{44}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{45}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{46}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{14}E_x - e_{24}E_y - e_{34}E_z,\\
\tau_{zx} &= c_{15}^E\,\varepsilon_x + c_{25}^E\,\varepsilon_y + c_{35}^E\,\varepsilon_z + c_{45}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{55}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{65}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{15}E_x - e_{25}E_y - e_{35}E_z, \quad (1)\\
\tau_{xy} &= c_{16}^E\,\varepsilon_x + c_{26}^E\,\varepsilon_y + c_{36}^E\,\varepsilon_z + c_{46}^E\,\varepsilon_{yz} + c_{56}^E\,\varepsilon_{zx} + c_{66}^E\,\varepsilon_{xy} - e_{16}E_x - e_{26}E_y - e_{36}E_z,\\
D_x &= \varepsilon_{11}^S\,E_x + \varepsilon_{12}^S\,E_y + \varepsilon_{13}^S\,E_z + e_{11}\varepsilon_x + e_{12}\varepsilon_y + e_{13}\varepsilon_z + e_{14}\,\varepsilon_{xz} + e_{15}\,\varepsilon_{zx} + e_{16}\,\varepsilon_{xy},\\
D_y &= \varepsilon_{12}^S\,E_x + \varepsilon_{22}^S\,E_y + \varepsilon_{23}^S\,E_z + e_{21}\varepsilon_x + e_{22}\varepsilon_y + e_{23}\varepsilon_z + e_{24}\,\varepsilon_{xz} + e_{25}\,\varepsilon_{zx} + e_{26}\,\varepsilon_{xy},\\
D_z &= \varepsilon_{13}^S\,E_x + \varepsilon_{23}^S\,E_y + \varepsilon_{33}^S\,E_z + e_{31}\varepsilon_x + e_{32}\varepsilon_y + e_{33}\varepsilon_z + e_{34}\,\varepsilon_{xz} + e_{35}\,\varepsilon_{zx} + e_{36}\,\varepsilon_{xy}.
\end{aligned}
$$

В простейшем случае при выборе оси OZ декартовой системы координат в направлении силовых линий уравнения пъезоэффекта в керамике принимают вид [1, 3]

$$
\begin{aligned}
&\sigma_x = c_{11}^E\,\varepsilon_x + c_{12}^E\,\varepsilon_y + c_{13}^E\,\varepsilon_z - e_{31}E_z, \qquad \sigma_y = c_{12}^E\,\varepsilon_x + c_{22}^E\,\varepsilon_y + c_{23}^E\,\varepsilon_z - e_{32}E_z,\\
&\sigma_z = c_{13}^E\,(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + c_{33}^E\,\varepsilon_z - e_{33}E_z, \qquad \tau_{yz} = c_{44}^E\,\varepsilon_{yz} - e_{15}E_y,\\
&\tau_{zx} = c_{44}^E\,\varepsilon_{zx} - e_{15}E_x, \qquad \tau_{xy} = c_{66}^E\,\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})\,\varepsilon_{xy}, \qquad (2)\\
&D_x = \varepsilon_{11}^S\,E_x + e_{15}\,\varepsilon_{xz}, \quad D_y = \varepsilon_{11}^S\,E_y + e_{15}\,\varepsilon_{yz}, \quad D_z = \varepsilon_{33}^S\,E_z + e_{31}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + e_{33}\varepsilon_z.
\end{aligned}
$$

Таким образом, уравнения пъезоэффекта для керамик содержит пять независимых модулей упругости: c_{11}^E, c_{12}^E, c_{13}^E, c_{33}^E, c_{44}^E, измеряемых при постоянном электрическом поле; три пъезомодуля: e_{31}, e_{15} и e_{33}; две диэлектрические проницаемости: ε_{11}^S, ε_{33}^S, измеренные при постоянной деформации.

Перепишем определяющие соотношения (1) в тензорном виде

$\sigma_{ij} = c^E_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} - e_{kij}\,E_k, \quad D_i = e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \varepsilon^s_{ik}\,E_k.$ (3)

Здесь c^E_{ijkl} – компоненты тензора модулей упругостей, измеренных при постоянном поле; e_{kij} - компоненты тензора пъезоэлектрических коэффициентов; ε^s_{ik} – компоненты тензора диэлектрической проницаемости при постоянных деформациях.

Рассмотрим аналог модели Максвелла – Томсона для пъезоэлектрической среды:

$\sigma_{ij} + a_i\,\dot{\sigma}_{ij} = c^{\bar{E}}_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} + c^E_{ijkl}\,\acute{\varepsilon}_{kl} - \bar{e}_{kij}\,E_k - e_{kij}\,\acute{E}_k,$

$+\, b_i\,\dot{D}_i = \bar{e}_{kij}\varepsilon_{kl} + e_{ikl}\acute{\varepsilon}_{kl} + \varepsilon^{\bar{s}}_{ik}\,E_k + \varepsilon^s_{ik}\,\acute{E}_k.$ (4)

Разрешая (4) относительно σ_{ij} и D_i с учетом естественного начального состояния $\sigma_{ij}(t_0) = 0$ и $D_i(t_0) = 0$, приходим к функциональной зависимости вида

$\sigma_{ij} = c^E_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} - e_{kij}\,E_k + \int_{t_0}^{t} \Gamma_{ijkl}(t-\tau)\,\varepsilon_{kl}(\tau)\,d\tau - \int_{t_0}^{t} R_{kij}(t-\tau)\,E_k(\tau)\,d\tau,$

$D_i = e_{ikl}\,\varepsilon_{kl} + \varepsilon^s_{ik}\,E_k + \int_{t_0}^{t} R_{kij}(t-\tau)\,\varepsilon_{kl}(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t} \gamma_{ik}(t-\tau)\,E_k(\tau)\,d\tau,$ (5)

где $\Gamma_{ijkl}(t-\tau)$, $R_{kij}(t-\tau)$, $\gamma_{ik}(t-\tau)$ – тензоры функции влияния, характеризующей физико – механические свойства материала. Функции влияния должны определяться экспериментально. Методы определения наследственных функционалов достаточно сложны даже для изотропных материалов, обладающих пъезоэффектом. Для пъезоэлектрических материалов экспериментальные методы усложняются из-за связанности механического и электрического полей.

Дальнейшее усложнение приведенных моделей наследственности, предполагается ядро последствия зависят от t и τ, а не только от их разности t-τ (случай инвариантных во времени процессов). В общем случае для анизотропной среды линейный функционал можно представить в виде

$$\sigma_{ij} = \mathop{F_{ijkl}}_{\tau = t_0}^{\tau = t}[\varepsilon_{kl}(\tau), E\,k\,(\tau)],$$

$$D_i = \mathop{R_{kij}}_{\tau = t_0}^{\tau = t}[\,\varepsilon_{kl}(\tau)\,,\ Ek\,(\tau)\,]. \tag{6}$$

На основании теоремы Рисса – Фишера о представлениях общего вида линейного непрерывного на пространстве дифференцируемых функций функционала [6] функционалы (6) можно представить в виде

$\sigma_{ij} = \int_{t_0}^{t} \Gamma_{ijkl}(t,\tau)\,d\varepsilon_{kl}(\tau) + \int_{t_0}^{t} R_{kij}(t,\tau)\,d\,E_k(\tau),$

$D_i = \int_{t_0}^{t} R_{kij}(t,\tau)\,d\,\varepsilon_{kl}(\tau) + \int_{t_0}^{t} \gamma_{ik}(t,\tau)\,d\,E_k(\tau),$ (7)

Особый интерес представляют для практики частных случаев функционалы вида (6) и (7).

Предположим, что напряжения σ(t) и индукция D(t) являются функционалом истории напряженности электрического поля $E(\tau)$ и деформации $\varepsilon(\tau)$, $t_0 \le \tau \le t$. Соответствующее одномерное уравнение запишем так:

$$\sigma(t) = \mathop{F_1}_{\tau = t_0}^{\tau = t}[\varepsilon\,(\tau), E(\tau)],$$

$$D_i = \mathop{F_2}_{\tau = t_0}^{\tau = t}[\,\varepsilon\,(\tau)\,,\ E\,(\tau)\,]. \tag{8}$$

Считаем, что материал не изменяет своих свойств с течением времени (инвариантных во времени процессов); при этом

$F^{t_0}_{1,2}[\varepsilon\,(\tau), E\,(\tau)] = F^{t-t_0}_{1,2}[\varepsilon\,(\tau + t), E\,(\tau + t)].$ (9)

В силу предположения (9) ядро функционала является разностным. Тогда линейные соотношения (8) принимают вид

$$\sigma\,(\mathrm{t})= \int_{t_0}^{t} \Gamma\,(t\text{-}\tau)\,\acute{\varepsilon}\,(\tau)\,d\,\tau - \int_{t_0}^{t} R\,(t\text{-}\tau)\,\acute{E}_k(\tau)\,d\,\tau,$$

$$D_i = \int_{t_0}^{t} R\,(t\text{-}\tau)\,\acute{\varepsilon}(\tau)\,d\,\tau + \int_{t_0}^{t} \gamma\,(t\text{-}\tau)\,\acute{E}\,(\tau)\,d\,\tau. \qquad (10)$$

Отметим, что аналогичные модели вида (5), (7) и (10) можно приводить для магнитоупругих сред, тогда индукции электрического поля D заменим индукцией магнитного поля B, соответственно напряженности электрического поля E на напряженности магнитного поля H.

Нелинейные модели можно получить, разлагая (8) в ряд аналогично ряду Тейлора. При этом предполагается, что функционалы (8) можно представить в виде

$$\sigma\,(\mathrm{t})=\int_{t_0}^{t} \Gamma\,(t\text{-}\tau)\,\frac{\partial\varepsilon(\tau_1)}{\partial\,\tau_1}d\,\tau_1+\int_{t_0}^{t} R_1\,(t\text{-}\tau)\,\frac{\partial E(\tau_1)}{\partial\tau_1}d\,\tau_1+\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t} \Gamma_2\,(t\text{-}\tau_1,\ t\text{-}\tau_2)\,\frac{\partial\varepsilon(\tau_1)}{\partial\,\tau_1}\frac{\partial\varepsilon(\tau_2)}{\partial\,\tau_2}d\,\tau_1 d\,\tau_2 + \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t} R_{12}\,(t\text{-}\tau_1,\ t\text{-}\tau_2)\,\frac{\partial\varepsilon(\tau_1)}{\partial\,\tau_1}\frac{\partial E(\tau_2)}{\partial\,\tau_2}d\,\tau_1 d\,\tau_2 + \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t} R_2\,(t\text{-}\tau_1,\ t\text{-}\tau_2)\,\frac{\partial E(\tau_1)}{\partial\,\tau_1}\frac{\partial E(\tau_2)}{\partial\,\tau_2}d\,\tau_1 d\tau_2 + \ldots\ldots$$

Аналогичные выражения можно записать для D.

1. Предположим, что среда с памятью изотропной и пъезоэлектрической, тогда определяющие уравнения для одномерного случая имеют вид

$$\sigma_x = \tilde{\mathrm{E}}\varepsilon_x - \acute{\varepsilon}\,E + \int_{t_0}^{t} \Gamma\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau - \int_{t_0}^{t} K\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau,$$

$$D(E) = \varepsilon\,E + \acute{\varepsilon}\,\varepsilon_x + \int_{t_0}^{t} \varphi\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t} R\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau,$$

$$J(E) = \sigma\,E + \int_{t_0}^{t} \chi(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$B(H) = \mu\,H + \int_{t_0}^{t} \psi\,(t\text{-}\tau)\,H(\tau)\,d\tau.$$

2. Если ферромагнитная среда с памятью является пъезоэлектрической, в этом случае определяющие уравнения имеют вид:

$$\sigma_x = \tilde{\mathrm{E}}\varepsilon_x - \acute{\varepsilon}\,E + \int_{t_0}^{t} \Gamma\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau - \int_{t_0}^{t} K\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau,$$

$$D(E) = \varepsilon\,E + \acute{\varepsilon}\,\varepsilon_x + \int_{t_0}^{t} \varphi\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t} R\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau,$$

$$J(E) = \sigma\,E + \int_{t_0}^{t} \chi(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$B(H) = \mu\,(|H|)\,H + \int_{t_0}^{t} \psi\,(t\text{-}\tau)\,\mu\,(|H(\tau)|)\,H(\tau)\,d\tau.$$

3. В случае, когда среда обладает нелинейной магнитной памятью, имеем уравнения состояний вида

$$\sigma_x = \tilde{\mathrm{E}}\varepsilon_x - \acute{\varepsilon}\,E + \int_{t_0}^{t} \Gamma\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau - \int_{t_0}^{t} K\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau,$$

$$D(E) = \varepsilon\,E + \acute{\varepsilon}\,\varepsilon_x + \int_{t_0}^{t} \varphi\,(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t} R\,(t\text{-}\tau)\,\varepsilon_x(\tau)\,d\tau,$$

$$J(E) = \sigma\,E + \int_{t_0}^{t} \chi(t\text{-}\tau)\,E(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$B(H) = \mu\,H + \int_{t_0}^{t} \psi\,(t\text{-}\tau)\,H(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t} G\,(t\text{-}\tau_1,\ t\text{-}\tau_2,\ t\text{-}\tau_3)\prod_{j=1}^{3} H(\tau_j)d\tau_j.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф. , Щульга Н.Ф. Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наук. думка, 1989. – 277с.
2. Ильюшин А.А. Победря Б.Е. Основы математической теории вязко - упругости. – М.: Наука. – 1970. – 280с.
3. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наук. думка, 1988. – 319с.
4. Кристенсен Р. Введение в теорию вязко-упругости. – М.: Мир, 1974. -338с.
5. Курбанов И. Продольно-поперечные колебания гибких стержней с учетом нелинейной наследственности //Проблемы асимптотической теории нелинейных колебаний. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1977.
6. Люстерник Л.А. , Соболев В.И. Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1965. - 386с.

7. Москвитин В.В. Об одной нелинейной вязко-упругой среды, учитывающей влияние вида напряженного состояния //Механика полимеров, 1969. - №6. – с. 994-1001.
8. Победря Б.Э. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейной вязко-упругости //ДАН СССР. Т. 216. -1973.-№1. –с.62-63.
9. Победря Б.Э. Об уравнениях состояния в нелинейной теории вязко-упругости // Механика полимеров. – 1967. - №3. – с. 427-435.
10. Победря Б.Э. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейной вязко-упругости //ДАН СССР. Т. 216. -1973.-№1. –с.62-63.
11. Победря Б.Э. Об уравнениях состояния в нелинейной теории вязко-упругости // Механика полимеров. – 1967. - №3. – с. 427-435.

LITERATURE

1. Grinchenko V.T., Ulitko A.F., Shchulga N.F. Mechanics of coupled fields in structural elements. – Kiev: Nauk. dumka, 1989. – 277p.
2. Ilyushin A.A. Pobedrya B.E. Fundamentals of the mathematical theory of visco – elasticity. – M.: Science. - 1970. – 280p.
3. Karnaukhov V.G., Kirichok I.F. Mechanics of coupled fields in elements structures. – Kiev: Nauk. dumka, 1988. – 319p.
4. Christensen R. Introduction to the theory of visco-elasticity. – M.: Mir, 1974. -338p.
5. Kurbanov I. Longitudinal-transverse vibrations of flexible rods taking into account nonlinear heredity //Problems of the asymptotic theory of nonlinear oscillations. – Kiev: Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR, 1977.
6. Lyusternik L.A., Sobolev V.I. Elements of functional analysis. – M.: Nauka, 1965. – 386p.
7. Moskvitin V.V. On a nonlinear viscoelastic medium that takes into account the influence of the type of stress state //Mechanics of Polymers, 1969. - No. 6. – pp. 994-1001.
8. Pobedrya B.E. On the relationship between stresses and deformations in nonlinear visco-elasticity //DAN USSR. Vol. 216. -1973.-No.1. –pp.62-63.
9. Pobedrya B.E. On equations of state in the nonlinear theory of visco-elasticity // Mechanics of polymers. – 1967. - No.3. – pp. 427-435.
10. Pobedrya B.E. On the relationship between stresses and deformations in nonlinear visco-elasticity //DAN USSR. Vol. 216. -1973.-No.1. –pp.62-63.
11. Pobedrya B.E. On equations of state in nonlinear theories of visco-elasticity // Mechanics of polymers. - 1967. - No. 3. – pp. 427-435.