1. ИЛМҲОИ ТАБИАТШИНОСӢ
1. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
1. THE NATURAL SCIENCES

1.1. МАТЕМАТИКА ВА МЕХАНИКА
1.1. МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА
1.1.MATHEMATICS AND MECHANICS

1.1.2.Муодилаҳои дифференсиалӣ ва физикаи математикӣ
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика
1.1.2.Differential equations and mathematical physics

С 72
УДК – 517. 2
ББК 22. 161. 1

СУЩЕСТВОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО РЕШЕНИЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Солеҳов Одинашоҳ *- кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии ХГУ имени академика Бободжона Гафурова (Республика Таджикистан, Худжанд)*
Миршоев Абдушафи Абдулмуминович *– старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии ХГУ имени академика Бободжона Гафурова (Республика Таджикистан, Худжанд), e-mail: a.shafi86@mail.ru*

МАВҶУДИЯТИ ҲАЛЛИ ДОИМИИ ЯК МУОДИЛАИ НАМУДИ ГИПЕРБОЛӢ БО КОЭФФИТСИЕНТҲОИ СИНГУЛЯРӢ

Солеҳов Одинашоҳ *- номзади илмҳои физика – математика, дотсенти кафедраи алгебра ва геометрияи ДДХ ба номи академик Б. Ғафуров (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд)*
Миршоев Абдушафи Абдулмуминович *– сармуаллими кафедраи алгебра ва геометрияи ДДХ ба номи академик Б. Ғафуров (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд), e-mail: a.shafi86@mail.ru*

EXISTENCE OF A CONTINUOUS SOLUTION OF A HYPERBOLIC EQUATION WITH SINGULAR COEFFICIENTS

Solehov Odinashoh *– Candidate of Physic and Mathematics Sciences, under Khujand State University named after academician B.G. Gafurov (Tajikistan Republic, Khujand);*
Mirshoev Abdushafi Abdulmuminovich *– Senior Teacher under Khujand State University named after academician B.G. Gafurov (Tajikistan Republic, Khujand), e-mail: a.shafi86@mail.ru*

Ключевые слова: *непрерывные решения, операторы, равномерная непрерывность, равностепенная непрерывность, принцип Лере-Шаудера.*

В данной работе доказывается существование непрерывного решения одного дифференциального уравнения второго порядка, гиперболического типа с сингулярными коэффитциентами.

Вожаҳои калидӣ: *ҳалҳои бефосила, операторҳо, мунтазам бефосилагӣ, баробардараҷа бефосила, шарти Лере-Шаудер.*

Дар мақола мавҷудият ва бефосилагии ҳалли яке аз муодилаҳои дифференсиалии тартиби дуюм бо коэффитсиентҳои сингулярӣ исбот карда шудааст.

Key words: *continuous solutions, operators, uniform continuity, equicontinuous, Leray-Schauder principle.*

In this paper, we prove the existence of a continuous solution of a second-order differential equation of hyperbolic type with singular coefficients.

Рассмотрим уравнение

(1) $Lu \equiv -(x-y)^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a(x,y)(x-y)\dfrac{\partial u}{\partial x} + b(x,y)(x-y)\dfrac{\partial u}{\partial y} + d(x,y)u = f(x,y),$

где $a, b, c, d, f \in c(\Pi)$, $\Pi = \{(x,y): \quad 0 \le x, y \le 1\}$

Если $u \in C^2(\Pi)$ является решением уравнения (1) и существует $\frac{\partial a(x,y)}{\partial x} \in c(\Pi)$, то она будет и решением уравнения

(2)

$$L_1 u \equiv \left((x-y)\frac{\partial}{\partial x} + a_1(x,y)\right) \cdot \left((y-x)\frac{\partial}{\partial y} + a_2(x,y)\right) u =$$
$$= f(x,y) + C(x,y)u,$$

где $a_2(x,y) = a(x,y), a_1 = (x,y) = -\big(1 + b(x,y)\big),$

(3) $C(x,y) = (x-y)\frac{\partial a}{\partial x} + a_1 a_2 - d$

Функцию $u \in C(\Pi)$ назовём непрерывным решением уравнения (2), если при $x \neq y$ существует непрарывная производная $\frac{\partial u}{\partial y}$,

$$V(x,y) = (y-x)\frac{\partial x}{\partial y} + a_2(x,y)u \in C(\Pi)$$

и функция $V(x,y)$ является непрерывным решением уравнения

(4) $(x-y)\frac{\partial V}{\partial x} + a_1(x,y)V = f(x,y) + C(x,y)u$

Другими словами, функция $u \in C(\Pi)$ будет непрерывным решением уравнения (2), если вместе с некоторой функцией $V(x,y)$ являются непрерывным решением системы

$$(5) \begin{cases} (y-x)\frac{\partial u}{\partial y} + a_2(x,y)u = V \\ (x-y)\frac{\partial V}{\partial x} + a_1(x,y)V = f(x,y) + C(x,y)u \end{cases}$$

Из леммы 5.1 [3] следует, что если $\frac{\partial a_2}{\partial x} \in C(\Pi), a_2(x,x) < 0,$

то при $x \neq y$ существуют непрерывные производные

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Легко увидеть, что если $u_0 \in \mathsf{C}(\Pi)$ решение уравнения

(6) $u_0 = J_2^{a_2} J_1^{a_1}(f + cu_0)$

а $W \in \mathsf{C}(\Pi)$ решение уравнения

$$J_2^{a_2} J_1^{a_1}(W) = 0,$$

то функция

$$u(x,y) = u_0(x,y) + W(x,y)$$

будет непрерывным решением уравнения (2). Поэтому, в дальнейшем изучим вопрос о существовании решения уравнения (6) в пространстве $\mathsf{C}(\Pi)$, которое будет непрерывным решением уравнения (2).

Заметим, что в определении непрерывного решения уравнения (2) существования непрерывной производной $\frac{\partial a_2}{\partial x}$ не существенно.

Для любых функций $D_0, D_1, C_0, C_1 \in C_{[0,1]}$ обозначим

$$W_1(x, y; a_1, C_0, C_1) =$$
$$= \begin{cases} 0 & , a_1(x,x) > 0, \\ \big(C_0(y) - C_0(0)\big)\Psi(x,0,y), 0 \le x < y \le 1, a_1(x,x) < 0, \\ 0 & , 0 \le x = y \le 1, a_1(x,x) > 0, \\ \big(C_1(y) - C_1(1)\big)\Psi(x,1,y), 0 \le x < y \le 1, a_1(x,x) < 0. \end{cases}$$

$$W_2(x, y; a_2, D_0, D_1) =$$
$$= \begin{cases} 0 & , a_2(x,x) < 0, \\ \big(D_0(x) - D_0(0)\big)\varphi(y,0,x), 0 \le x < y \le 1, a_2(x,x) < 0, \\ 0 & , 0 \le x = y \le 1, a_2(x,x) < 0, \\ \big(D_1(x) - D_1(1)\big)\varphi(y,1,x), 0 \le x < y \le 1, a_2(x,x) < 0. \end{cases}$$

Согласно результатов предыдущего параграфа следует, что функция

(7) $W(x, y; a_1, a_2, C_0, C_1, D_0, D_1) = W_2(x, y; a_2, D_0, D_1) +$
$$+\left(J_2^{a_2}\big(W_1(\cdot,\cdot; a_1, C_0 C_1)\big)\right)(x,y)$$

является непрерывным решением уравнения

(8) $Lw = 0$

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть выполнено условие
$$\|C\| \, \|J_2^{a_2}\|_* \|J_1^{a_1}\|_* < 1$$

Тогда существует непрерывным решение уравнения

(9) $L_1 u = C(x,y)u + f(x,y)$

представимое в виде

(10) $u(x,y) = W(x, y; a_1, a_2, C_0, C_1, D_0, D_1) +$
$$+\Big((I + J + J^2 + \cdots)J_2^{a_2} J_1^{a_1}(f + CW)\Big)(x,y),$$

где C_0, C_1, D_0, D_1 - произвольные функции из $C_{[0,1]}$ I - единичный оператор, J - оператор определенной по формуле
$$(JV)(x,y) = (J_2^{a_2} J_1^{a_1}(CV))(x,y)$$

Доказательство. Оператор J действует из $C(\Pi)$ в $C(\Pi)$ линейный, непрерывный и в силу условия теоремы
$$\|J\|_* \le \|J_2^{a_2}\|_* \|J_1^{a_1}\|_* \|C\| < 1$$

следовательно, существует линейный, непрерывный оператор $(I - J)^{-1}$, представимый в виде
$$(I - J)^{-1} = I + J + J^2 +$$

Значит функция $u(x,y)$ заданная формулой (10) принадлежат пространству $C(\Pi)$ и
$$U = W + (I - J)^{-1} J_2^{a_2} J_1^{a_1}(f + CW),$$
$$(I - J)(U - W) = J_2^{a_2} J_1^{a_1}(f + CW),$$
$$U - W = J(U - W) + J_2^{a_2} J_1^{a_1}(f + CW),$$
$$U - W = J_2^{a_2} J_1^{a_1}(C(U - W) + f + CW),$$
$$L_1(U - W) = CU + f,$$
$$L_1 U = CU + f.$$

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть для непрерывной функции $g(x, y; u)$ существует число C_0 такое, что

(11) $\begin{cases} 0 \le C_0 \|J_2^{a_2}\|_* \|J_2^{a_2}\|_* < 1 \\ |g(x_1, y; u_1) - g(x_1, y; u_2)| \le C_0 |u_1 - u_2| \end{cases}$

для любых

$$(x, y) \epsilon \Pi, u_1, u \epsilon R.$$

Тогда существует непрерывное решение уравнения

(12) $L_1 U = g(x, y;\ u)$

представимое в виде

$$U(x, y) = U_0(x, y) + W(x, y; a_1, a_2, C_0, C_1, D_0, D_1),$$

где функция u_0 определяется как предел последовательности функций

(13) $U_{n+1}(x, y) = \left(J_2^{a_2} J_1^{a_1} g(.,.,U_n + W)\right)$

$$U_1(x, y) = 0$$

Сходящаяся по норме в пространстве $C(\Pi)$.

Доказательство. Рассмотрим оператор

$$\mathrm{Au} = \mathrm{J}_2^{\mathrm{a}_2} \mathrm{J}_1^{\mathrm{a}_1} \mathrm{g}(.,.;\mathrm{U} + \mathrm{W})$$

Оператор А действует из $C(\Pi)$ в $C(\Pi)$ и в силу условий (11) для любых $u_1, u_2 \epsilon C(\Pi)$

$$\|Au_1 - Au_2\| \le \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* \|g(.,.;\ u_1 + W) - g(.,.,u_2 + W)\| \le$$
$$\le c_0 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* \|U_1 - U_2\| = q\|U_1 - U_2\|$$

где

$$q = C_0 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* < 1$$

Следовательно, оператор А является сжимающим. Поэтому, согласно теореме Банаха-Пикара существует единственный элемент $u_0 \epsilon C(\Pi)$, который является решением уравнения

$$u_0 = Au_0$$

и определяется как предел последовательности

$$u_{n+1} = Au_n,\ n=1,2,...,u_1 = 0$$

которая сходится в $C(\Pi)$

Таким образом, функция $u_0 = (x, y)$, определяемая как предел последовательности (13) является решением уравнения

$$u_0 = J_2^{a_2} J_1^{a_1} g(.,.;u_0 + W),$$

откуда получим

$$u_0 + W = J_2^{a_2} J_1^{a_1} g(.,.;u_0 + W) + W$$
$$u = J_2^{a_2} J_1^{a_1} g(.,.;u_0) + W$$
$$L_1(u - w) = g(.,.;u)$$
$$L_1 u = g(.,.;u),$$

то есть $u(x, y)$ является непрерывным решением уравнения (12).

Теорема доказана.

Теорема 3. Пусть функция $g(x, y; u) \in C(\Pi x R)$ удовлетворяет условиям:

(14) $\exists c_0, m \ge 0, |g(x, y; u)| \le c_0|u| + m\ \forall (x, y) \in \Pi, u \in R$

(15) $c_0 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* < 1$

(16) $g(y, y; u_1) = g(y, y; u_2)\ \forall y \in [0,1], u_1, u_2 \in [-k, k]$

где

$$k = \frac{m \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*}{1 - c_0 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*}.$$

Тогда существует единственное непрерывное решение уравнения (12).

Доказательство. В пространстве $C(\Pi)$ рассмотрим оператор

$$\Phi(u) = J_2^{a_2} J_1^{a_1}(g(x, y; u))$$

В силу результатов предыдущих параграфов этот оператор действует из $C(\Pi)$ в $C(\Pi)$ и непрерывен.

Обозначим

$$B = \{u \in C(\Pi): \|u\| < k\}$$

Покажем, что $\Phi: B \to B$.

$\Phi(B)$ -компактное множество.

Тогда в силу принципа Шаудера о неподвижной точке, отсюда следует существование элемента $u \in B$ такого, что $u = \Phi(u)$, которая по определению оператора Φ будет непрерывным решением уравнения (12) и тем самым теорема будет доказана.

Для любого элемента $u \in B$ имеем

$$\|\Phi(u)\| = \left\|J_2^{a_2} J_1^{a_1}\big(g(.,.;u)\big)\right\| \leq \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* (c_0\|u\| + m) \leq$$
$$\leq \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* (c_0 k + m) = \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* \left(\frac{mc_0\left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*}{1 - c_0\left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*} + m\right) =$$
$$= \frac{m\left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*}{1 - c_0\left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_*} = k$$

Следовательно, $\phi(u) \in B \ \forall u \in B$.

В силу результатов приведённых в [2], [3] для доказательства предкомпактности множества $\Phi(B)$ достаточно проверить, что любая последовательность вида

$$V_n(x,y) = g\big(x, y; u_n(x,y)\big), n = 1,2, \ldots$$

где

$$u_n(x,y) \in B, \qquad n = 1,2, \ldots$$

ограничена и равностепенно непрерывна в окрестности диагонали.

Ограниченность последовательности $V_n(x,y)$ следует из условия (14) теоремы.

Так как функция $g(x,y;u)$ равномерно непрерывна на множестве

$$T = \{(x,y;u) : (\mathrm{x,y}) \in \Pi, \qquad |u| < k\},$$

то для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta(\varepsilon) > 0$, такое, что при $|x-y| < \delta$, $|u| < k$, $x,y \in [0,1]$ выполняются неравенства

$$|g(x,y;u) - g(y,y;u)| < \varepsilon, \qquad |g(x,x;u) - g(y,y;u)| < \varepsilon$$

Отсюда имеем

$$|V_n(x,x) - V_n(y,y)| = \left|g\big(x,x;u_n(x,x)\big) - g\big(y,y;u_n(y,y)\big)\right| =$$
$$= |g(x,x;0) - g(y,y;0)| < \varepsilon$$
$$|V_n(x,y) - V_n(y,y)| = \left|g\big(x,y;u_n(x,y)\big) - g\big(y,y;u_n(y,y)\big)\right| < \varepsilon$$

для любых $n = 1,2, \ldots$, если $x,y \in [0,1], |x-y| < \delta$

Следовательно, последовательность $\{V_n\}$ равностепенно непрерывна в окрестности диагонали. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть функции $g_0(x,y;u)$, $g_1(x,y;u)$ удовлетворяют условиям:

(17) $\quad g_0, g_1 \in C(\Pi x R)$,

(18) $\quad \exists c_0, m \geq 0, \quad |g_0(x,y;u)| \leq \mathrm{c}_0|u| + m, x,y \in \Pi, u \in R$.

(19) $\quad \lim_{|u|\to\infty} \max_{\Pi} \frac{|g,(x,y;u)|}{|u|} = 0, \quad g_1(y,y;u) = g_1(y,y;0)$.

для любых $y \epsilon [0,1], \qquad u \epsilon R$ и $a_1(y,y) > 0, \quad a_2(y,y) > 0, \ y \in [0,1]$.

Тогда существует непрерывное решение уравнения.

(20) $\quad L_1 u = |x-y|^\alpha g_0(x,y;u) + g_1(x,y;u)$, где $\alpha > 0$

Доказательство. В пространстве $\mathrm{c}(\Pi)$ рассмотрим оператор

$$F(u) = J_2^{a_2} J_1^{a_1}\left(|x-y|^\alpha g_0(x,y;u) + g_1(x,y;u)\right)$$

неподвижная точка которого будет непрерывным решением уравнения (20).

Так как функция

$$G(x,y;u) = |x-y|^\alpha g_0(x,y;u) + g_1(x,y;u)$$

удовлетворяет условию

$$G(x,y;u) = G(y,y;0) = g_1(y_1 y;0), \qquad y \epsilon [01], u \epsilon R,$$

поэтому как в предыдушей теорема легко можно проверить, что оператор

$$\mathrm{F}: C(\Pi) \to C(\Pi)$$

вполне непрерывный.

Рассмотрим семейство вполне непрерывных операторов

$$\psi(u,\lambda) = \lambda \mathrm{F}(u), \quad \lambda \in [0,1].$$

Покажем, что множество решений уравнений

(21) $u = \psi(u,\lambda), \quad \lambda \in [0,1]$

допускает априорную оценку по норме пространства С(п). Тогда согласно принципу Лере-Шаудера отсюда следут, что оператор

$$\psi(u,1) = F(u)$$

имеет хотя бы одну неподвижную точку, которая будет непрерывным решением уравнения (20), и тем самым теорема будет доказана.

Предположим, что множество решений (21) не допускает априорную оценку по норме пространства С(П). Тогда существуют последовательности $\{u_n\}_{n=1}^{\infty} \subset C(\Pi)$, $\{\lambda_n\} \in [0,1]$ такие, что

(22) $u_n = \lambda_n F(u_n)$, $\|u_n\| = r_n \to \infty$, при $n \to \infty$

рассмотрим функций

$$V_n(x,y) = \frac{1}{2n} u_n(xy), \quad n = 1,2 \dots$$

Для этих функций имеем:

$$\|V_n\| = 1 , \qquad n = 1,2 \dots$$

и в силу свойств операторов $J_2^{a_2}, J_1^{a_1}$

(23) $\left|V_n(xy) \le J_2^{a_2} J_1^{a_1}((c_0 + \mathcal{E}_n)|x-y|^{\alpha}|V_n| + \mathcal{E}_n\right|$

Из (22) имеем

$$r_n V_n = \lambda_n F(r_n V_n), V_n = \frac{\lambda_n}{r_n} F(r_n V_n)$$

$$V_n = \lambda_n J_2^{a_2} J_1^{a_1} \left(\frac{|x-y|^{\alpha} g_0(x,y;r_n v_n)}{r_n} + \frac{g_1(x,y;r_n v_n)}{r_n} \right)$$

Если обозначим,

$$V_n = \frac{|x-y|^{\alpha} g_0(x,y;r_n v_n)}{r_n}, \qquad W_n = \frac{g_1(x,y;r_n v_n)}{r_n}$$

то

$$\|V_n(x,y)\| \to 0 \text{ при } n \to \infty$$

$$|V_n(x,y)| \le C|x-y|^{\alpha}$$

Следовательно, последовательность $\{W_n\}_{n=1}^{\infty}$ равностепенно непрерывна в окрестности диогонали и ограничена. Отсюда, в силу свойств оператора $J_2^{a_2} J_1^{a_1}$, вытекает, что последовательность $\{V_n\}_{n=1}^{\infty}$ равностепенно непрерывна в $\sqcap$.

Поэтому существуют $\{V_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ такие что $V_{n_k} \to V$ при $k \to \infty$ в $C(\sqcap)$ $\lambda_{n_k} \to \lambda_0$ и $\|V\| = 1$.

Переходя в неравенстве (23) к пределу при $n = n_k \to \infty$ получим

$$|V(x,y)| \le J_2^{a_2} J_1^{a_1}(c_0|x-y|^{\alpha}|V(x,y)|), \quad (x,y) \in \sqcap$$

Возьмём $\delta > 0$ так, чтобы

$$\delta^{\alpha} \cdot \mathrm{c}_0 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \cdot \left\|J_{11}^{a_1}\right\|_* < 1$$

Обозначим

$$\Pi_k = \{(x,y) \in \Pi : (k-1)\delta \le |x,y| \le k\delta\}, \qquad k = \overline{1,n},$$

$$M_k = max\{|V(x,y)| : (x,y) \in \sqcap_k\}, \qquad k = \overline{1,n}$$

$$V(x,y) = J_1^{a_1}(c_0|x-y|^{\alpha} * |V(x,y)|$$

Тогда для $(x,y) \in \Pi_1$, и $x \le y$

$$V(x,y) = \int_x^y e^{\int_x^t \frac{a_1(s,y)}{s-y} ds} \cdot \cdot \frac{c_0|t-y|^{\alpha}|V(t,y)|}{y-t} dt \le$$

$$\le \mathrm{c}_0 \delta^{\alpha} M_1 \left\|J_1^{a_1} \cdot (1)\right\| \le \mathrm{c}_0 \delta^{\alpha} M_1 \left\|J_1^{a_1}\right\|_*$$

$$|V(xy)| \le J_2^{a_2} V(x,y) = \int_x^y e^{\int_x^t \frac{a(x,s)}{s-x} ds} \cdot \frac{V(x,t)}{t-x} dt \le c_0 \delta^{\alpha} M_1 \left\|J_2^{a_2}\right\|_* \left\|J_1^{a_1}\right\|_* < M_1.$$

Точно также можно показать, что

$$|V(x,y)| < M_1 \quad \forall (x,y) \in \Pi_1, \qquad x \geq y$$

Следовательно,

$$M_1 = \max_{\Pi_1} |V(x\ ,y)| < M_1$$

Откуда следует, что $M_1 = 0$

Далее, при $(x,y) \in \Pi_2,\ x \geq y$ имеем

$$V(x,y) = \int_x^y e^{\int_x^t \frac{a_1(s,y)}{s-y} ds} \cdot \frac{c_0 |t-y|^\alpha |V(t,y)|}{y-t} dt =$$

$$= \int_x^{y-s} e^{\int_x^t \frac{a_1(s,t)}{s-y} ds} \cdot \frac{c_0 |t-y|^\alpha \cdot |V(t,y)|}{y-t} dt \leq \mathrm{c}_0 \delta^\alpha M_2 \|J_1{}^{a_1}\|_*,$$

$$|V(x,y)| = \int_x^y e^{\int_y^t \frac{a_2(x,s)}{s-x} ds} \cdot \frac{V(x,t)}{t-x} dt = \int_{x+\delta}^y e^{\int_y^t \frac{a_2(s,t)}{s-t} ds} \cdot \frac{V(x,t)}{t-s} dt \leq$$

$$\leq c_0 \delta^\alpha \|J_1{}^{a_1}\|_* \cdot \|M_2\| \|J_2{}^{a_2}\|_* < M_2$$

Следовательно, $M_2 < M_2$ откуда $M_2 = 0$.

Аналогичным образом, можно показать, что

$$M_3 = M_4 = \ ... = M_n = 0.$$

Отсюда следует, что $V(x,y) = 0$, а что противоречит тому, что $\|V\| = 1$. Полученное противоречие доказывает наличие априорной оценки для решений уравнений (21). Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раджабов Н.Р. Солехов О. Интегральные представления и граничные задачи для нелинейного уравнения гиперболического типа. - ДАН. РТ, Т. 39, №9, 1996. С. 63-68.
2. Солехов О., Миршоев А.А. Изучение некоторых свойств решения интегрального оператора дифференциального уравнения первого порядка J_1^a: случай $a(y,y) > 0$. - Номаи Донишгоҳ. Учёные записки. Серия естественные и экономические науки. - №1(52), - Худжанд, 2020. ISSN 2077 – 4974. - С. 9 – 15.
3. Солехов О., Миршоев А.А. Изучение некоторых свойств интегрального оператора, решения дифференциального уравнения первого порядка: J_1^a случай $a(y,y) < 0$. - Номаи Донишгох. Учёные записки. Серия естественные и экономические науки. - №3(62), - Худжанд, 2022. ISSN 2077 – 4974. - С. 29 – 35.
4. Солехов О. Существование непрерывных решений одного класса дифференциальных уравнений гиперболического типа с одной внутренней сингулярной линией. - Кандидатская диссертация. ТГУ, Душанбе, 1997. 92 с.

REFERENCES

1. Rajabov N.R., Solehov O. Integral representations and boundary value problems for non – hyperbolic equations. - DAN. RT, T. 39, №9, 1996. P. 63-68.
2. Solehov O., Mirshoev A. Integral representations for one hyperbolic type equation with singular coefficient. - Materials of a scientific conference, Leninabad, 1990. P. 102-104.
3. Solihov O. The study of some properties of the solution of the integral operator of a differential order equation J_1^a: case a $a(y,y) > 0$. - Scientific notes. The Natural and Economic Sciences. №1(52), - Khujand-2020. ISSN 2077 – 4974. - P. 9 – 15.
4. Solihov O. The study of some properties of the solution of the integral operator of a differential order equation J_1^a: case a $a(y,y) < 0$. - Scientific notes. The Natural and Economic Sciences. №3(62), - Khujand-2022. ISSN 2077 – 4974. - P. 29 – 35.
5. Solehov O. The existence of continuous of one class of differential equations of hyperbolic type with one inner singular line. - Candidate dissertation TSU Dushanbe 1997. 92 p.