01.01.02 Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ
01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
01.01.02 Differential equations, dynamic systems and optimal control

УДК 517.946
ББК 22.161.1
Б – 18

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СИСТЕМ СОСТАВНОГО ТИПА

***Байзаев Саттор** - доктор физико-математических наук, профессор, кафедры математических дисциплин и современного естествознания ТГУПБП (Республика Таджикистан, г. Худжанд),*
***Файзиев Мубинджон Гафарович** - старший преподаватель кафедры информатики и вычислительной математики ГОУ "ХГУ имени академика Б.Гафурова" (Республика Таджикистан, г. Худжанд), e-mail: FayzievMG@mail.ru*

ОИДИ ЯК МАСЪАЛАИ КАНОРӢ БАРОИ БАЪЗЕ АЗ СИНФИ СИСТЕМАҲОИ НАМУДИ ТАРКИБӢ

***Байзоев Саттор** - доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатшиносии муосири ДДҲБСТ (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд),*
***Файзиев Мубинҷон Ғафорович** - саромӯзгори кафедраи информатика ва математикаи ҳисоббарори МДТ "ДДХ ба номи академик Б. Ғафуров" (Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Хуҷанд), e-mail: FayzievMG@mail.ru*

ON ONE BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR SOME CLASSES OF COMPOSITE-TYPE SYSTEMS

***Bayzaew Sattor** - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Mathematics and Modern Natural Science under Tajik State University of Law, Business and Politics (Tajikistan Republic, Khujand)*
***Fayziev Mubinjon Gafarovich** - Senior Lecturer of the Department of Informatics and Computational Mathematics Science under Khujand State University named after academician B.G.Gafurov (Tajikistan Republic, Khujand), e-mail: FayzievMG@mail.ru*

***Ключевые слова:** системы уравнений составного (неклассического) типа, вектор-функция, характеристический определитель, пространство Шварца, преобразование Фурье, волновое уравнение, система уравнений Пуассона.*

В данной работе рассматривается система дифференциальных уравнений с частными производными вида

$$\begin{cases} s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + U_t - rot\, U = 0 \end{cases} \qquad (*)$$

и её обобщение

$$\begin{cases} a(t)s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + a(t)U_t - rot\, U = 0, \end{cases} \qquad (**)$$

в полупространстве $R_+^4 = \{(t, X): t > 0,\ X = (x, y, z) \in R^3\}$.

Установлено, что компонента s решения системы (*) удовлетворяет волновому уравнению, а

векторная компонента U является решением системы Пуассона. Далее, для системы (*) получена формула представления решений. Для систем (*) и (**) решены начальные задачи.

***Калимаҳои калидӣ:** системаи муодилаҳои навъи таркибӣ (ғайриклассикӣ), вектор-функсия, муайянкунандаи характеристикӣ, фазои Швартс, табдилоти Фурйе, муодилаи мавҷ, системаи муодилаҳои Пуассон.*

Дар мақолаи мазкур системаи муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии намуди

$$\begin{cases} s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + U_t - rot\, U = 0 \end{cases} \qquad (*)$$

ва умумиятёфтаи он

$$\begin{cases} a(t)s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + a(t)U_t - rot\, U = 0, \end{cases} \qquad (**)$$

дар нимфазои $R^4_+ = \{(t, X): t > 0,\ X = (x, y, z) \in R^3\}$ дида баромада мешавад.

Нишон дода шудааст, ки компонентаи s – и ҳалли системаи (*) муодилаи мавҷро қонеъ гардонида, компонентаи вектории U ҳалли системаи Пуассон ба шумор меравад. Минбаъд, барои системаи (*) формулаи тасвири ҳалҳо ёфта шуда барои ин системаҳо масъала бо шарти аввала ҳал карда мешавад.

***Key words**: systems of equations of composite (nonclassical) type, vector function, characteristic form, Schwarz space, Fourier transform, wave equation, system of Poisson equations.*

In this paper, we consider a system of partial differential equations of the form

$$\begin{cases} s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + U_t - rot\, U = 0 \end{cases} \qquad (*)$$

and its generalizations

$$\begin{cases} a(t)s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + a(t)U_t - rot\, U = 0, \end{cases} \qquad (**)$$

in the half-space It is proved that the component s of the solution to the system (*) satisfies the wave equation, and the vector component U is a solution to the Poisson system. Further, for the system (*) solutions representations are constructed. Initial problems are solved for both systems.

Системы уравнений с частными производными составного (неклассического) типа были предметом исследований многих учёных. Теория таких систем построена в научных трудах А. Джураева, М.С. Салахитдинова, Дж.Х. Сафарова, П.Е. Берхина, их учеников и последователей (см., например, [1 – 6]). Представляется важным изучение вырождающихся систем составного типа и краевых задач для них. Ряд таких систем рассмотрены в работах [7, 8].

В настоящей статье мы будем рассматривать систему дифференциальных уравнений с частными производными вида

$$\begin{cases} s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + U_t - rot\, U = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

и некоторые её обобщения в полупространстве $R^4_+ = \{(t, X): t > 0,\ X = (x, y, z) \in R^3\}$, $U = U(t, X) = (u, v, w)$ – искомая вектор-функция.

Всюду в дальнейшем операторы div, $grad$, rot и Δ берутся по пространственной переменной X.

Легко подсчитать, что характеристическая форма системы (1) имеет вид

$$P(\tau, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\tau^2 + |\xi|^2)(\tau^2 - |\xi|^2),$$

где $|\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$, поэтому система (1) является неклассической.

Введём обозначения:

$C^1(\bar{R}^4_+)$ – класс функций (вектор-функций) $U(t, X)$, имеющих непрерывные в $\bar{R}^4_+ = R^3 \bigcup \{t \geq 0\}$ частные производные первого порядка по всем переменным;

$C^2(R^4_+)$ – класс функций (вектор-функций) $U(t, X)$, имеющих непрерывные в R^4_+ частные производные второго порядка по всем переменным;

$S' = S'(R^3)$ – пространство умеренно растущих распределений в R^3 (пространство Шварца);

$\mathcal{F}_x V(t, X)$ - преобразование Фурье вектор-функции $V(t, X)$ по переменной X.

Справедливо следующее утверждение о связи между решениями системы (1) из класса $\mathcal{M} = C^2(R^4_+) \cap C^1(\bar{R}^4_+)$ и решениями волнового уравнения и системы уравнений Пуассона.

Теорема 1. *Пусть вектор-функция* (s, U) *является решением системы (1) из класса* $\mathcal{M}$. *Тогда компонента* s *будет решением волнового уравнения*

$$\omega_{tt} - \Delta\omega = 0, \tag{2}$$

а векторная компонента $U -$ *решением системы уравнений Пуассона*

$$U_{tt} - \Delta U = -2grad\, s_t. \tag{3}$$

Доказательство. К первому уравнению системы (1) применим операцию $\partial/\partial t$, а ко второму – операцию div:

$$s_{tt} + (div\, U)_t = 0,$$
$$div\, grad\, s + div\, U_t - div\, rot\, U = 0.$$

Отсюда в силу того что

$$(div\, U)_t = div\, U_t, \qquad div\, grad\, s = \Delta s, \qquad div\, rot\, U = 0,$$

имеем

$$s_{tt} + div\, U_t = 0,$$
$$\Delta s + div\, U_t = 0,$$

т.е. $s_{tt} = \Delta s$ и s удовлетворяет уравнению (2).

Теперь к второму уравнению системы (1) применим операцию rot:

$$rot\, grad\, s + rot\, U_t - rot\, rot\, U = 0. \tag{4}$$

Так как

$$rot\, grad\, s = 0, \qquad rot\, rot\, U = grad\, divU - \Delta U = -grad\, s_t - \Delta U,$$

то равенство (4) примет вид

$$rot\, U_t + grad\, s_t + \Delta U = 0. \tag{5}$$

Далее к второму уравнению системы (1) применим операцию $\partial/\partial t$:

$$grad\, s_t + U_{tt} - rot\, U_t = 0. \tag{6}$$

Сложив равенства (5) и (6), получим

$$2grad\, s_t + \Delta U + U_{tt} = 0,$$

т.е. U удовлетворяет системе (3).

Теорема 1 доказана.

Замечание 1. Система уравнений (2), (3) являются следствием системы (1). Кажется, что можно поставить начально-краевые задачи для системы (1) и решить их для системы (2), (3). Но обратный ход не очевиден.

Поэтому, в дальнейшем будем использовать следующую теорему.

Теорема 2. *Все решения системы (1) из класса* $\mathcal{M}$ *представляются в виде*

$$s(t, X) = \omega_t(t, X), \tag{7}$$
$$U(t, X) = -grad\, \omega(t, X) + V(t, X), \tag{8}$$

где $\omega(t, X)$ *– произвольное решение волнового уравнения (2), а* $V(t, X) -$ *произвольное решение системы*

$$\begin{cases} V_t + rot\, V = 0, & (9) \\ \quad div\, V = 0. & (10) \end{cases}$$

Доказательство. Пусть $(s,\ U)$ – решение системы (1) из класса $\mathcal{M}$. Покажем, что существуют решение $\omega(t, X)$ уравнения (2) и решение $V(t, X)$ системы (9), (10), такие что представления (7), (8) являются верными.

Положим

$$\omega_t(t, X) = \int_0^t s(\tau, X) d\tau + \psi(X), \tag{11}$$

где $\psi(X)$ – какое-нибудь решение уравнения

$$\Delta\psi = s_t(0, X). \tag{12}$$

Тогда

$$\omega_t = s. \tag{13}$$

Проверим, что ω удовлетворяет уравнению (2). Согласно теореме 1 и соотношений (11) – (13), имеем

$$\omega_{tt} = s_t, \qquad \Delta\omega = \int_0^t \Delta s d\tau + \Delta\psi = \int_0^t s_{tt} d\tau + s_t(0, X) = s_t(t, X).$$

Отсюда

$$\omega_{tt} - \Delta\omega = 0.$$

Полагая $V = U + grad\,\omega$ проверим, что вектор-функция V удовлетворяет системе (9), (10). Учитывая первое уравнение системы (1) и соотношение (13), имеем

$$div\,V = div\,U + div\,grad\,\omega = -s_t + \Delta\omega = -\omega_{tt} + \Delta\omega = 0,$$

т.е. V удовлетворяет уравнению (10).

Далее находим

$$V_t - rot\,V = U_t + (grad\,\omega)_t - rot\,U - rot\,grad\,\omega =$$
$$= U_t + grad\,s - rot\,U = 0,$$

т.е. V удовлетворяет системе (9); здесь мы использовали равенство (13), второе уравнение системы (1) и соотношение $rot\,grad = 0$.

Обратно, теперь покажем, что пара (s, U) из класса $\mathcal{M}$, определенная формулами (7), (8) с соответствующими ω и V, удовлетворяет системе (1).

Так как $div\,grad = \Delta$, то из (7) имеем

$$s_t + div\,U = \omega_{tt} - \Delta\omega + div\,V = 0,$$

т.е. первое уравнение системы (1) удовлетворяется.

Далее будем иметь

$$grad\,s + U_t - rot\,U = grad\,\omega_t - (grad\,\omega)_t + V_t +$$
$$rot\,grad\,\omega - rot\,V = V_t - rot\,V = 0,$$

т.е. второе уравнение системы (1) тоже удовлетворяется.

Теорема 2 доказана.

Замечание 2. Система уравнений (9), (10) является переопределённой и совместной. Система (9) рассмотрена в работе П.Е. Берхина [5].

Для системы (1) рассмотрим следующую задачу.

Задача I. *Найти решение (s, U) системы (1) из класса $\mathcal{M}$, принадлежащее при каждом $t > 0$ пространству S' и удовлетворяющее начальным условиям:*

$$s(0, X) = s_0(X), \quad (14)$$
$$s_t(0, X) = s_1(X), \quad (15)$$
$$U(0, X) = U_0(X). \quad (16)$$

В ходе построения решения этой задачи мы будем накладывать условия на начальные функции s_0, s_1, U_0, позволяющие определить обобщенное или классическое решение задачи I.

Для волнового уравнения (2) взяв начальные условия в виде

$$\omega(0, X) = \varphi(X), \quad (13')$$
$$\omega_t(0, X) = s_0(X), \quad (13'')$$

где

$$\varphi(X) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{R^3} \frac{s_1(\xi)}{|X - \xi|} d\xi, \;\; \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3), \quad (13''')$$

находим однозначно решение $\omega(t, X)$. Отметим, что выбор начальных условий для $\omega(t, X)$ связан с соотношениями вида (7) и (12).

Теперь будем определять вектор-функцию $V(t, X)$, т.е. решение системы (9), (10), принадлежащее пространству S' при каждом $t > 0$.

В системе (9) совершим преобразование Фурье по переменной X. Пусть $w(t, \xi) = \mathcal{F}_x V(t, X)$, тогда имеем

$$w_t + A(\xi)w = 0, \quad (17)$$

где

$$A(\xi) = i\begin{bmatrix} 0 & \xi_3 & -\xi_2 \\ -\xi_3 & 0 & \xi_1 \\ \xi_2 & -\xi_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения матрицы $A(\xi)$ при $\xi \neq 0$ равны:

$$\lambda_1 = 0, \qquad \lambda_2 = -|\xi|, \qquad \lambda_3 = |\xi|.$$

Этим собственным значениям соответствуют собственные векторы:

$$e_1 = \xi, e_2 = (-\xi_1\xi_3 - i\xi_2|\xi|;\; -\xi_2\xi_3 + i\xi_1|\xi|;\; \xi_1^2 + \xi_2^2), e_3 = \overline{e_2}.$$

Решения системы (17), принадлежащие S' при каждом $t > 0$ имеют вид

$$w(t, \xi) = C_1(\xi)e_1 + C_2(\xi)e^{-|\xi|t}e_2, \quad (18)$$

где C_1, C_2 – скалярные обобщённые функции из S'.

Уравнение (10) в пространстве S' эквивалентно уравнению

$$\xi_1\mathcal{F}v_1 + \xi_2\mathcal{F}v_2 + \xi_3\mathcal{F}v_3 = 0, \quad (19)$$

где v_i – компоненты вектор-функции V. Из (18) и (19) следует, что

$$\xi_1\left[C_1(\xi)\,\xi_1 + C_2(\xi)(-\xi_1\xi_3 - i\xi_2|\xi|)e^{-|\xi|t}\right] +$$
$$+\xi_2\left[C_1(\xi)\xi_2 + C_2(\xi)(-\xi_2\xi_3 + i\xi_1|\xi|)e^{-|\xi|t}\right] +$$
$$+\xi_3\left[C_1(\xi)\xi_3 + C_2(\xi)(\xi_1^2 + \xi_2^2)e^{-|\xi|t}\right] = 0.$$

Отсюда легко получить:

$$C_1(\xi)|\xi|^2 = 0,$$

т.е. $C_1(\xi) = \delta(\xi)$ – дельта функция Дирака. Тогда
$w(t,\xi) = \delta(\xi)e_1 + C_2(\xi)e^{-|\xi|t}e_2$.
Но, $\delta(\xi)e_1 = \delta(\xi)\xi = 0$ и следовательно,
$w(t,\xi) = C_2(\xi)e^{-|\xi|t}e_2$.
Используя начальное условие (16), находим
$C_2(\xi)e_2 = w(0,\xi) = \mathcal{F}V(0,X) = \mathcal{F}[U_0(X) + grad\ \varphi(X)]$.
Поэтому,

$$w(t,\xi) = \mathcal{F}[U_0(X) + grad\ \varphi(X)]e^{-|\xi|t}.$$

Отсюда

$$V(t,\xi) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}[U_0(X) + grad\ \varphi(X)]e^{-|\xi|t}\right\}. \qquad (20)$$

Найдём преобразование Фурье функции $e^{-|\xi|t}$. Следуя [9], стр. 115, имеем

$$\mathcal{F}\left[e^{-|\xi|t}\right] = \frac{(2\pi)^{3/2}}{\sqrt{|\xi|}}\int_0^\infty e^{-rt}r^{\frac{3}{2}}J_{\frac{1}{2}}(r|\xi|)dr,$$

где $r = |X|$, $J_{\frac{1}{2}}$ – функция Бесселя, причём (см. [10], стр. 164),

$$J_{\frac{1}{2}}(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi\lambda}}\sin\lambda.$$

Поэтому,

$$\mathcal{F}\left[e^{-|\xi|t}\right] = \frac{4\pi}{|\xi|}\int_0^\infty e^{-rt}r\sin(r|\xi|)dr = \frac{4\pi}{|\xi|}\frac{2t|\xi|}{(t^2+|\xi|^2)^2} = \frac{8\pi t}{(t^2+|\xi|^2)^2},$$

здесь мы использовали значение интеграла из [10], стр. 205. Следовательно,

$$\mathcal{F}^{-1}\left[\frac{8\pi t}{(t^2+|\xi|^2)^2}\right] = e^{-|\xi|t}$$

и с учётом равенства $\mathcal{F}^{-1}[f(\xi)] = (2\pi)^{-3}\mathcal{F}[f(-\xi)]$, из выражения (20) имеем

$$V(t,X) = \frac{t}{\pi^2}\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[U_0(X) + grad\ \varphi(X)]\mathcal{F}[\frac{1}{(t^2+|X|^2)^2}]\}$$

или в силу свойств преобразования Фурье

$$V(t,X) = \frac{t}{\pi^2}\mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\left[(U_0(X) + grad\ \varphi) * \frac{1}{(t^2+|X|^2)^2}\right]\right\} =$$
$$= \frac{t}{\pi^2}(U_0(X) + grad\ \varphi) * \frac{1}{(t^2+|X|^2)^2},$$

здесь $*$ - операция свёртки. Поэтому

$$V(t,X) = \frac{t}{\pi^2}\int_{R^3}\frac{U_0(Y) + grad\ \varphi(Y)}{(t^2+|X-Y|^2)^2}dY,\ \ Y = (y_1,y_2,y_3). \qquad (21)$$

Итак, решение системы (9), (10) однозначно определяется формулой (21).
Таким образом, решение задачи I определяется однозначно формулами

$$s(t,X) = \omega_t(t,X), \qquad (22)$$

$$U(t,X) = -grad\ \omega(t,X) + \frac{t}{\pi^2}\int_{R^3}\frac{U_0(Y) + grad\ \varphi(Y)}{(t^2+|X-Y|^2)^2}dY, \qquad (23)$$

где $\omega(t,X)$ – решение волнового уравнения (2) с начальными условиями (13'), (13''), $\varphi(Y)$ – определяется формулой (13''').

Замечание 3. Как видно из построения решения задачи I, если функции $s_0(X), s_1(X)$ и вектор-функция $U_0(X)$ гладкие и такие, что интегралы в формулах (13''') и (23) вместе с их производными являются абсолютно и равномерно сходящимися, то формулы (22), (23) определяют классическое решение задачи I, а вообще они дают обобщённое решение задачи.

Теперь рассмотрим более общую систему

$$\begin{cases} a(t)s_t + div\, U = 0, \\ grad\, s + a(t)U_t - rot\, U = 0, \end{cases} \tag{24}$$

где $a(t)$ такая непрерывная на $R_+ = [0, \infty)$ функция, что $a(0) = 0$, $a(t) > 0$ при $t > 0$, интеграл $\int_0^1 \frac{d\tau}{a(\tau)}$ сходится, а интеграл $\int_1^\infty \frac{d\tau}{a(\tau)}$ расходится.

Характеристическая форма системы (24) имеет вид

$$P(\tau, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (a^2\tau^2 + |\xi|^2)(a^2\tau^2 - |\xi|^2),$$

поэтому эта система является неклассической и на гиперплоскости $t = 0$ вырождается.

В системе (24) произведём замену независимой переменной

$$\tau(t) = \int_0^t \frac{d\rho}{a(\rho)}, \quad t \geq 0.$$

Тогда для новой неизвестной вектор-функции $(R,\ W)$, где

$$R(t, X) = s[\tau^{-1}(t), X], \qquad W(t, X) = U[\tau^{-1}(t), X],$$

$\tau^{-1}(t) -$ обратная к $\tau(t)$ функция, получим систему вида

$$\begin{cases} R_t + div\, W = 0, \\ grad\, R + W_t - rot\, W = 0 \end{cases} \tag{25}$$

с постоянными коэффициентами.

Так как

$$R(0, X) = s(0, X)$$

и

$$R_t(t, X) = \frac{1}{\tau'(t)} s_t[\tau^{-1}(t), X] = a(t)s_t[\tau^{-1}(t), X],$$

то естественно для системы (24) изучить следующую задачу.

Задача I*a*. *Найти решение (s, U) системы (24) из класса $\mathcal{M}$, принадлежащее при каждом $t > 0$ пространству S' и удовлетворяющее условиям:*

$$s(0, X) = s_0(X), \tag{26}$$

$$\lim_{t \to +0} a(t)\, s_t(t, X) = s_1(X), \tag{27}$$

$$U(0, X) = U_0(X), \tag{28}$$

здесь $s_0, s_1,\ U_0 -$ заданные функции из S'.

Для системы (25) условия (26) – (28) перейдут в следующие условия

$$R(0, X) = s_0(X),$$
$$R_t(0, X) = s_1(X),$$
$$W(0, X) = U_0(X),$$

т.е. для системы (25) мы получили задачу вида I. Решение такой задачи единственно и имеет вид

$$R(t, X) = v_t(t, X),$$

$$W(t, X) = -grad\, v(t, X) + \frac{t}{\pi^2} \int\limits_{R^3} \frac{U_0(Y) + grad\, \varphi(Y)}{(t^2 + |X - Y|^2)^2} dY,$$

где $v(t, X)$ – решение волнового уравнения (2) с начальными условиями (13'), (13''), $\varphi(Y)$ – определяется формулой (13''').

Таким образом, решение задачи Ia единственно и даётся формулами

$$s(t, X) = v_t[\tau(t), X],$$

$$U(t, X) = -grad\, v[\tau(t), X] + \frac{\tau(t)}{\pi^2} \int\limits_{R^3} \frac{U_0(Y) + grad\, \varphi(Y)}{\{[\tau(t)]^2 + |X - Y|^2\}^2} dY.$$

Для задачи Ia замечание 3 остаётся в силе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джураев А.Д. Системы уравнений составного типа. - М.: Наука, 1972. – 227 с.
2. Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений. - М.: Наука, 1987. – 415 с.
3. Салахитдинов М.С. Уравнения смешанно-составного типа. - Ташкент: Фан, 1974. – 156 с.
4. Сафаров Д.Х. Неклассические системы уравнений. - Душанбе: Дониш, 2008. – 431 с.
5. Берхин П.Е. Начальная краевая задача для одной составной системы // Сибирский

математический журнал. 1976. Т. 17, №1. – С. 12 – 20.
6. Джураев А.Д., Мухамадиев Э. О нормальной разрешимости и индексе систем первого порядка составного типа // ДАН СССР. 1977. Т. 235, №4. – С. 753 – 756.
7. Файзиев М.Г. О вырождающихся неклассических системах уравнений первого порядка // Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и тех. наук. 2014, №3 (156). – С. 20 – 28.
8. Файзиев М.Г. Граничные задачи для вырождающихся неклассических систем уравнений первого порядка // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2014, №1/3 (134). – С. 14 – 18.
9. Владимиров В.С. Обобщённые функции в математической физике. - М.: Наука, 1976. – 280 с.
10. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. - М.: Наука, 1977. – 224 с.

REFERENCES

1. Dzhuraev A.D. Systems of equations of composite type. - Moscow: Nauka, 1972 .- 227 p.
2. Dzhuraev A.D. The method of singular integral equations. - M .: Nauka, 1987 .- 415 p.
3. Salakhitdinov M.S. Mixed-compound equations. - Tashkent: Fan, 1974 .- 156 p.
4. Safarov D.Kh. Nonclassical systems of equations. - Dushanbe: Donish, 2008 .- 431 p.
5. Berkhin P.E. Initial boundary value problem for one composite system // Siberian Mathematical Journal. 1976. T. 17, No. 1. - S. 12 - 20.
6. Dzhuraev AD, Mukhamadiev E. On the normal solvability and index of first-order systems of composite type // DAN SSSR. 1977. T. 235, No. 4. - S. 753 - 756.
7. Fayziev M.G. On degenerate nonclassical systems of equations of the first order // Izvestiya AN RT. Dept. phys.-math., chem., geol. and those. sciences. 2014, No. 3 (156). - S. 20 - 28.
8. Fayziev M.G. Boundary value problems for degenerate nonclassical systems of equations of the first order // Vestnik TNU. Series of natural sciences. 2014, No. 1/3 (134). - S. 14 - 18.
9. V.S. Vladimirov Generalized functions in mathematical physics. - M .: Nauka, 1976 .-- 280 p.
10. Dwight G.B. Integral tables and other mathematical formulas. - Moscow: Nauka, 1977 .-- 224 p.