УДК 530.1
DOI:10.51844-2077-4990-2022-1-206-216

ИСТИФОДАИ УСУЛИ ХУРДТАРИНИ КВАДРАТҲО БАРОИ КОРКАРДИ НАТИҶАҲОИ ЧЕНКУНИИ ФИЗИКӢ

Раҳматов Муҳамадӣ Нуридинович, *омӯзгори кафедраи кафедраи физикаи умумӣ ва ҷисмҳои сахт;* ***Раҳмонов Беҳзод Акбаралиевич,*** *омӯзгори кафедраи анализи математикии МДТ «ДДХ ба номи акад. Б.Ғафуров» (Тоҷикистон, Хуҷанд)*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Рахматов Мухамади Нуридинович, *преподаватель кафедры общей физики и твердого тела**;* ***Рахмонов Бехзод Акбаралиевич,*** *преподаватель кафедры математического анализа ГОУ «ХГУ имени акад. Б.Гафурова», (Таджикистан, Худжанд)*

USING THE LEAST SQUARES METHOD FOR PROCESSING THE RESULTS OF PHYSICAL MEASUREMENTS

Rahmatov Muhamadi Nuridinovich*, lecturer of the department of general physics and solid,* ***E-mail:*** *muhamadi.rahmatov@yandex.ru;* ***Rakhmonov Behzod Akbaralievich,*** *lecturer of the department of mathematical analysis under the SEI "KhSU named after acad. B.Gafurov" (Tajikistan, Khujand),*
E-mail: *rahmonov.behzod@mail.ru*

Вожаҳои калидӣ: *усули хурдтарини квадратҳо, коэффитсиенти Стюдент, методи Крамер, алгоритми коркарди натиҷаҳо, хатогиҳо, суммаи тамоюли квадратҳои нуқтаҳои экспериментали̅*

Дар мақола оид ба заминаҳои илмии истифодаи усули хурдтарини квадратҳо дар коркарди натиҷаҳои ченкунии бевоситаи физикӣ маълумоти дақиқ оварда шудааст. Аз чунин пешниҳод, ки бори аввал сурат мегирад, толибилмон барои ташаккули дониши физикӣ ва математикии худ, омӯзгорон барои пурқувват шудани мотиватсияи омӯзиш дар раванди таълими физикаи таҷрибавӣ ва ҳангоми тадқиқотҳои физикӣ истифода бурда метавонанд. Ҳангоми ҳалли масъалаҳои таҷрибавӣ дар физика баъзан вақт зарур меояд, ки бузургиҳои физикие, ки вобастагии функсионалӣ доранд, чен карда шавад. Одатан, баъди ченкунихо аз графикхое, ки натиҷаҳои ба таври тачриба бадастовардашуда сохта шудаанд, маълумот дар бораи ходисаи физики гирифта мешавад ва вобастагии байни ду бузургии физикӣ x ва y дар шакли чадвалҳо оварда мешавад. Усули хурдтарини квадратҳо яке аз усулҳои таҳлили регрессионӣ барои баҳодиҳии бузургиҳои номаълум аз рӯи натиҷаи ченкунӣ дорои хатоҳои тасодуфӣ мебошад. Усули хурдтарини квадратҳо инчунин барои наздик кардани функсияи додашуда бо дигар функсияҳо (оддӣ) татбиқ карда мешавад ва аксар вақт ҳангоми коркарди натиҷаҳо фоидаовар аст. Вазифаи усули хурдтарини квадратҳо аз интихоби векторе иборат мебошад, ки хатогии натиҷаҳои ченкуниро кам менамояд.

Ключевые слова: *метод наименьших квадратов, коэффициент Стьюдента, метод Крамера, алгоритм обработки данных, погрешности, сумма квадратов отклонений экспериментальных точек*

В рамках статьи показаны научные основания метода наименьших квадратов и приложение его для обработки результатов физических измерений. Такое сочетание способствует лучшему восприятию представленного материала студентами, преподователи могут использовать их для повышения мотивации в учебном процессе по экспериментальной физике и при физических исследованиях. При решении экспериментальных задач по физике часто возникает необходимость измерения физических величин, находящихся в функциональной зависимости. Как правило, после измерений информация о физическом явлении извлекается из графиков, построенных по данным, полученным экспериментальным путем, а зависимость между двумя физическими величинами – x и y представляется в виде таблицы. Подчеркивается, что метод наименьших квадратов - один из методов регрессионного анализа для оценки неизвестных величин по результатам измерений, содержащим случайные ошибки, применяется также для приближённого представления заданной функции другими (более простыми) функциями и часто оказывается полезным при обработке наблюдений. Делается вывод о том, что задача метода наименьших квадратов состоит в выборе вектора, минимизирующего ошибку.

Key words: *least squares method, Student's coefficient, Cramer's method, data processing algorithm, errors, sum of squares of deviations of experimental points*

The article shows the scientific foundations of the least squares method and its application for processing the results of physical measurements. This combination contributes to a better perception of the presented material by students, teachers can use them to increase motivation in the educational process in experimental physics and in physical research. When solving experimental problems in physics, it often becomes necessary to measure physical quantities that are in functional dependence. As a rule, after measurements, information about a physical phenomenon is extracted from graphs constructed from data obtained experimentally, and the relationship between two physical quantities - x and y - is presented in the form of a table. The least squares method is one of the methods of regression analysis for estimating unknown quantities from measurement results containing random errors. The least squares method is also used to approximate a given function by other (simpler) functions and is often useful in processing observations. The task of the least squares method is to choose a vector that minimizes the error.

Пешбурди зиндагӣ дар ҷаҳони муосир бе донишҳои илмӣ ва истифодаи амалии онҳо амалан ғайриимкон аст. Одамон аз истифодаи нақлиёт, нерӯи барқ, телефон, компютер, телевизор, ҳавопаймо, киштиҳои обӣ, таҷҳизоту дастгоҳҳои истеҳсолӣ ва ғайра ҳеҷ гоҳ даст намекашанд. Зеро истифодаи онҳо ҳама гуна корро осон, самараи истеҳсолӣ ва сатҳи зиндагиро боло бурдааст. Дар байни донишҳои илмҳои табиӣ донишҳои физикӣ мавқеи асосиро ишғол менамоянд [1,с.2]. Донишҳои физикӣ гуфта маҷмӯи донишҳоеро меноманд, ки зимни омӯзиш ва таҳлили мантиқии ҳодисаҳои физикӣ олимон тӯли асрҳо ба даст овардаанд. Физикаи муосир бинои мухташами донишҳо дар бораи ҳодисаҳои табиат мебошад. Агар гӯем, ки «Физика асоси техника ва технологияи имрӯзаву оянда мебошад», муболиғае намешавад [1,с.2].

Хушбахтона, донишҳои илмҳои табиӣ, аз ҷумла, физика сарҳадҳо надоранд. Дар ба вуҷуд овардани донишҳо оид ба ҳодисаҳои табиат намояндагони халқу миллатҳои мухталиф ба қадри имкон ширкат менамоянд. Зимни омӯзиш қонунияти равандҳои табиӣ муқаррар карда мешавад. Татбиқи амалии ин қонунҳо ҳатман сабаби ба вуҷуд омадани воситаи техникиву усулҳои технологӣ мегардад. Аз ин воситаҳо ҳамаи одамони ҷаҳон метавонанд истифода баранд. Фаҳмост, ки сатҳи зиндагӣ аз самаранокии истифодаи техника ва технологияи зимни донишҳои илмҳои дақиқ бадастомада вобаста аст[1,с.2]. Мамлакатҳои пешрафта аз дастовардҳои илмҳои табиӣ, аз ҷумла физика бо мақсадҳои иқтисодӣ, иҷтимоӣ ва ҳифзи манфиатҳои давлатии худ истифода мебаранд. Тоҷикистони соҳибистиқлол аз ин раванди ҷаҳонӣ дар канор буда наметавонад. Ҷомеаи мо, хусусан, аҳли маориф ва насли ҷавонро, лозим аст, ки ба масъалаи омӯзиши илмҳои дақиқ таваҷҷӯҳи бештар дошта бошанд. Ин нукта солҳои охир дар сархати суханрониҳои Президенти Тоҷикистон мухтарам Эмомалӣ Раҳмон қарор дорад. Саноатикунонии босуръат, ки ҳамчун ҳадафи чоруми стратегии Ҳукумати Тоҷикистон эълон шудааст, омӯзиши амиқи илмҳои дақиқ, аз ҷумла физикаро дар ҳамаи зинаҳои таҳсилот боз ҳам актуалӣ менамояд [3]. Сарвари давлат амиқан дарк менамоянд, ки рушди бемайлони иқтисодӣ ва иҷтимоии Тоҷикистон ва таъмини зиндагии шоистаи мардуми мо ба ҷаҳонбинии илмии аҳолӣ, ба самаранокии истифодаи технологияи муосир ва савияи касбии мутахассисон сахт вобаста мебошад.

Ҳалли масъалаҳо ҷузъи таркибии таълими фанни физика мебошад [1,с.2]. Зимни омӯзиши асосҳои назариявии ҳодиса ва кӯмаки омӯзгор толибилм, тадриҷан, масъалаҳои физикиро мустақилона ҳал карда метавонистагӣ мешавад. Ин маҳоратро толибилм бо роҳи мустақилона машқ кардан низ соҳиб шуда метавонад. Чунин “тавонистан”- ҳо рағбати хонандаро ба ҳалли масъалаҳо бештар менамояд. Минбаъд, ӯ ба ҳалли масъалаҳо бе супориши муаллим машғул мешавад ва тадриҷан ба ҳалли масъалаҳои мушкилтар мегузарад. Чунин толибилмон дар озмунҳои фаннӣ дастболо мешаванд. Бо баробари ҳалли масъалаҳо толибилм дар роҳи донишандӯзӣ “кашфиёт”-ҳо мекунад, боварӣ ба “тавонистан”- ҳои худро зиёд менамояд. Толибилми ба ин зина расидаро ба донишомӯзӣ тарғиб кардан зарурат намемонад. Ӯро ҷозибаи омӯзиши маълумоти илмӣ ба пеш мебарад ва аз заҳмати омӯхтан хаста намешавад. Алберт Эйнштейн дар ин бора хеле нишонрас навиштааст: “Хурсандие, ки ҳангоми дидан ва фаҳмидани чизи нав эҳсос мешавад, атои бемисли табиат мебошад” [1,с.2].

Ҳамин тавр, ҳангоми ҳалли масъалаҳо истифодаи формулаҳо, аз онҳо дарёфт намудани номаълумҳо (бузургиҳои физикӣ) робитаи физикаро бо унсурҳои математикаи оморӣ таъмин менамояд.

Ба андешаи мо, барои он, ки толибилмон зарурияти омӯзиши дигар фанҳоро ҳарчӣ барвақттар дарк намоянд, омӯзгорони фанҳои табиӣ (табиатшиносӣ, геграфия, ботаника, биология, химия ва физика) бо таври доимӣ дар бораи аҳмияти ин масъала корҳои фаҳмондадиҳиро бо мисолҳои мушаххас анҷом доданашон лозим аст. Ҳангоме, ки толибилм пешрафти худро дар омӯзиши физика бо донишҳои худ аз фанҳои дигар (математика, география, химия, биология ва ғайра) вобаста эҳсос менамояд, фаъолияти ӯ дар таҳсил бошуурона ва бешубҳа босамар мегардад [1,с.2].

Лекин расидан ба ин савияи фаъолияти омӯзишии толибилм, аз тарафи омӯзгорон заҳмати зиёд ва маҳорати касбии баландро тақозо менамояд. Расидан ба ин ҳадаф, ба андешаи мо роҳҳои мухталифро дорад. Муҳимаш он аст, ки дар раванди омӯзиши физика дар зеҳни толибилм хулоса оид ба муҳимияти донишҳо аз фанҳои дигар ба вуҷуд ояд. Чунин «кашфиёт» ба болида шудани руҳияи толибилм сабаб гардида, дар натиҷа имкониятҳои зеҳнии ӯ ба кор медарояд. Ин ба он сабаб мегардад, ки толибилм ба омӯзиши фанҳо бошуурона ва бо ҷиддият муносибат менамояд. Дарвоқеъ, омӯзиши илм ҳамин гуна муносибати ҷиддӣ ва мақсаднокро тақозо менамояд[1,с.2].

Дар мақолаи мазкур доир ба махсусиятҳои масъалаҳои дар натиҷаи таҷриба бадастомада ва нақши онҳо дар ташаккули дониши физикии толибилмон дар зинаи аввали таълими физикаи таҷрибавӣ сухан меравад.

Таҷриба яке аз асоситарин воситаи омӯзиши ҳодисаҳои физикӣ ба шумор меравад. Ҳарчанд тавассути моделҳои математикӣ бо усули назариявӣ ҳодисаҳо тадқиқ карда мешаванд, лекин натиҷаҳои назарияро бояд таҷриба тасдиқ намояд. Вақте ки “таҷриба меъёри ҳақиқат аст” мегӯянд, инро дар назар доранд. Яъне дар сурати дар таҷриба тасдиқ шудани нуқтаи назар, гипотеза ва андеша вай ба дониши воқеӣ табдил меёбад ва аз он истифода мебаранд. Дар сурати дар таҷриба исбот нашудани нуқтаи назар (назария, моделҳои математикӣ), ё аз баҳри он мебароянд, ё ки онро бо назардошти воқеият такмил медиҳанд. Дар ҳар сурат, натиҷаи хулосаҳои мантиқиро дар таҷриба санҷида ба дурустии онҳо боварӣ ҳосил карда мешавад [4].

Ба масъалаҳои физикаи экспериментали на танҳо чен кардани бузургиҳои доимӣ дохил мешавад, балки тадқиқи вобастагии байни характеристикаҳои гуногуни физикӣ низ дохил мешавад [1,с.2].

Бештари қонунҳои физикӣ, аз ҷумла фундаменталӣ дар намуди муодилаҳо тартиб дода мешавад, ки байни худ бузургиҳои физикии гуногунро алоқаманд менамоянд. Барои тадқиқи алоқамандии бузургиҳои физикӣ ҳам методҳои экспериментали ва ҳам таҷрибавӣ истифода бурда мешавад. Пеш аз гузаронидани дилхоҳ таҷриба ҳатман бояд вобаста аз масъалаи гузошташуда таҳлили назариявӣ гузаронида шавад.

Баъди ба итмом расидани эксперименти физикӣ, тадқиқотчӣ одатан натиҷаҳоро ба намуди қиматҳои рақамӣ дар ҷадвал гузошташударо ба даст меорад, ки хатогии онро бо усули коркарди оморӣ муайян менамояд. Коркарди минбаъдаи натиҷаҳои таҷрибаҳо аз ёфтани вобастагии функсионалӣ иборат аст, ки он бузургиҳои ченшавандаро алоқаманд менамояд. Агар ченкунӣ бо мақсади истеҳсолот гузаронида шуда бошад, ин гуна вобастагиро ҳангоми таҳлил кардани сифати маҳсулот истифода бурда мешавад. Ҳангоми иҷро кардани корҳои илмӣ-тадқиқотӣ барои фаҳмидани робитаи байни бузургиҳои физикӣ дар тадқиқотҳои назариявии ҳодисаҳо ё равандҳои минбаъда лозиманд. Усули хурдтарини квадратӣ дар бисёр соҳаҳо татбиқ мешавад, зеро он яке аз усулҳои баҳодиҳии бузургиҳо аз рӯи натиҷаи ченкунӣ мебошад, ки дорои хатогии тасодуфӣ мебошад. Он аксар вақт ҳангоми коркарди натиҷаҳо муфид аст[1,с.2].

Ҳангоми иҷро кардани таҷрибаи физикӣ лозим аст, ки ягон гуна намуди вобастагии бузургиҳои физикӣ тартиб дода шавад, масалан байни x ва y. Ин маънои онро дорад, ки ягон намуди маълуми функсияи математикӣ $y = f(x)$ ёфта шавад. Пас, функсияи мураккаби дар физика хеле кам дучорояндаи

$$y = \exp(ax), \quad (1)$$
$$y = x^a$$
$$y = a \cdot f(x)$$

метавонад шаҳодат аз вобастагии содаи хаттии намуди $y = a + bx$ (2) ё ки $y = ax$- ро диҳад [4,с.5].

Одатан барои ин муодилаи хаттӣ кофӣ аст, ки бо тағийрёбандаҳои мувофиқ иваз намоем.

Масалан, чӣ тавр ифодаи экспоналиро $y = \exp(ax)$ ба хаттӣ $y = a + bx$ гардонданро дида мебароем. Аз ифодаи (1) логарифма мегирем:

$$\ln y = ax,$$

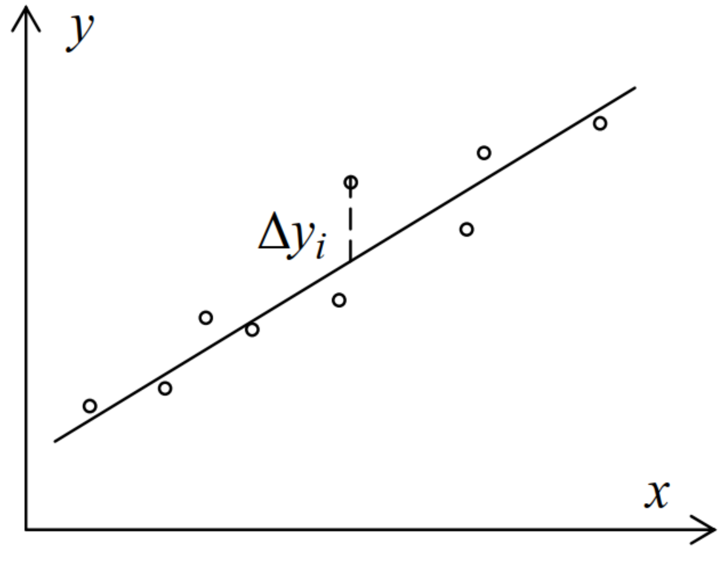
$\ln y$ – ро бо z иваз менамоем, $\ln y = z$ дар натиҷаи ифодаи зеринро ба даст меорем: $z = ax$.

Вазифаи навбатӣ ин ёфтани коэффитсиентҳои номаълум мебошад: a дар ифодаи $y = ax$ ё ки a ва b дар ифодаи $y = a + bx$ [4,с.5].

Агар бузургиҳои x ва y бехато чен карда шаванд, пас дар асоси теоремаву аксиомаҳои геометрияи евклидӣ гуфтан мумкин аст, ки барои муайян намудани қиматҳои a ва b дуто ченкунии комилан саҳеҳ кифоя аст, дар ҳолати $y = ax$ будан танҳо якто ченкунии саҳеҳ кофӣ мебошад. Аммо, чӣ тавре, ки медонем ва ё исбот кардан мумкин аст, ки ченкунии мутлақ саҳеҳ вуҷуд надорад. Ҳар як ченкунӣ ба мо як муодила медиҳад, ки коэффисиентҳои номаълумро алоқаманд менамояд. Дар натиҷа мо системаи муодилаҳоро ба даст меорем, ки дар он шумораи муодилаҳо аз шумораи номаълумҳо зиёд аст. Вазифа аз он иборат аст, ки қиматҳои эҳтимолии коэффитсиентҳо аз ин система ёфта шаванд. Барои баҳодод кардани параметрҳои a ва b одатан усули хурдтарини квадратиро истифода мебаранд [4,с.5].

Яке аз роҳҳои имконпазир ва аксаран истифодашаванда барои дарёфти қиматҳои a ва b ба таври графикӣ мебошад. Бузургиҳои x_i ва y_i дар намуди нуқтаҳо дар қоғазӣ миллиметрӣ ворид менамоянд, баъд хати ростро тавассути онҳо бо чашми одӣ мегузаронанд, аммо усули ҳалли графикӣ на ҳама вақт, саҳеҳии лозимаро таъмин карда метавонад. Барои боз ҳам саҳеҳтар шудани ҳал, методҳои аналитикӣ, масалан - усули хурдтарини квадратӣ истифода бурда мешавад.Усули хурдтарини квадратӣ яке аз усулҳои таҳлили регрессионист, ки барои дарёфти баҳодиҳии параметрҳои регрессия дар асоси кам кардани суммаи квадратҳои ҳамаи хатоҳо истифода мешавад [5].

Дар расми 1 дар намуди нуқтаҳо қимати таҷрибавии ёфташудаи бузургиҳои x ва y оварда шудаанд. Азбаски ченкуниҳо хатоҳо доранд, натиҷаҳо дар болои хатӣ рост нахобидаанд, балки дар атрофи хатти рост парокандагии нуқтаҳо вуҷуд дорад. Фарз мекунем, ки бузургиҳои x ва y ба қонуни тақсимоти нормалӣ итоат кунад, ченкуниҳои x_i ва y_i барои ҳар як нуқта як маротиба гузаронида шуда бошад, чуноне ки аксаран дар корҳои лабораторӣи физикӣ дида мешавад. Пас наздикшавии беҳтарин чунин хатест, ки барои он суммаи квадратҳои масофаи вертикалӣ $\sum_{i=1}^{n}(\Delta y_i)^2$ аз нуқтаҳо то хати рост минималӣ шавад.



Расми 1. Графики усули хурдтарини квадратӣ

Суммаи тамоюли квадратҳои нуқтаҳои эксперименталии x_i ва y_i-ро аз қонуни $y = a + bx$ истифода бурда тартиб медиҳем.

$$\sigma(a,b) = \sum_{i=1}^{n}\Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(ax_i + b - y_i)^2, \quad (3)$$

дар ин ҷо n – шумораи нуқтаҳо дар график ё ки ададҳои мувофиқи ҷуфти x_i ва y_i мебошад. Қиматҳои a ва b бояд тавре бошанд, ки қимати σ минималӣ шавад. Аз курси анализи математикӣ маълум аст, ки функсияи ҳосилшуда нисбат ба параметрҳои a ва b параболоидро ифода мекунад. Квадрати дар нишондиҳандаистода ба мо кафолат медиҳад, ки шохаҳои ин параболоид ба боло равон карда шудааст. Аз ин бармеояд, ки ин сатҳ нуқтаи минималӣ дорад. Азбаски тартиби сатҳ ба ду баробар аст, баъзе хосиятҳояшро ба назар гирифта нишон додан мумкин аст, ки нуқтаҳои экстрималии ягона дорад. Аз ин рӯ, ҳосилаи хусусӣ аз σ нисбат ба a ва b бояд ба сифр баробар мешавад, яъне

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i + b - y_i)\cdot x_i = 0, \\ \dfrac{\partial\sigma}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i + b - y_i)\cdot 1 = 0\,. \end{cases}$$

Ифодаи ба дастомадаро аз сари нав ба чунин намуд менависем:

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + n\cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i\,,$$

Ҳамин тавр, системаи муодилаи хаттии бо ду параметрҳои номаълуми a ва b – ро ба даст меорем. Коэффитсиентҳо ҳангоми номаълум будани a ва b (суммаҳои мувофиқ) аз вобастагии натиҷаи ҷадвал бармеояд ва барои ҳамин натиҷаҳо доимӣ мебошанд. Ҳангоми гуногун будани қиматҳои x_i муайянкунандаи асосии ин системаҳо аз сифр фарқ мекунад. Аз ин хулосае бармоеяд, ки система ҳалли ягона дорад [4,с.5].

Решаи система муодилаҳои хаттии ҳосилшудаaро бо ёрии методи Крамер ёфта мешавад. Бо ёрии дигар методҳо низ ёфтан мумкин аст. Аммо барои исботи баъзе фарзияҳо натиҷаҳое, ки дар ин ҷо ҳосил мешавад мувофиқ аст.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & n \end{vmatrix} = n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i & n \end{vmatrix} = n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} y_i \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i}{n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i},$$

$$b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i}{n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Ҳалли якҷояи ин муодила чунин мешавад:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\,, (4)$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \quad (5)$$

Агар қимати миёнаи x ва y - ро гирем, формулаҳои (4) ва (5) шакли содатарро мегиранд.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i.$$

дар ин ҳол $a = \bar{y} - bx$, (6)

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Delta y_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2} \quad (7)$$

Интервали боварибахш (хатои мутлақ) барои a ва b аз рӯи формулаи зерин баҳодод карда мешавад:

$$\Delta a = \Delta b \sqrt{\bar{x}^2 + \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2} = \Delta b \sqrt{\bar{x}^2 + \frac{1}{n}\sum \Delta x_i^2}, \quad (8)$$

$$\Delta b = t_{P,N-2}\sqrt{\frac{1}{n-2}\left(\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} - b^2\right)} = t_{P,N-2}\sqrt{\frac{1}{n-2}\left(\frac{\sum \Delta y_i^2}{\sum \Delta x_i^2} - b^2\right)} \quad (9)$$

дар ин ҷо $t_{P,N-2}$ – коэффитсиенти Стюдент мебошад, ки барои муайян намудани шумора $(N-2)$ ва эҳтимолияти P додашуда пешбинӣ шудааст.

Ёфтани коэффисиент дар муодилаи хати рости *y = ax*

Агар вобастагии байни x ва y намуди зерин дошта бошад:

$$y = ax \quad (10)$$

дар ин ҳол ёфтани коэффитсиенти a дар муодилаи хати рост ба ёфтани минимуми дисперсияҳои боқимонда ($\sigma_y^2 == \frac{1}{N-K}\sigma(a_1, a_2, \ldots, a_K) = \frac{1}{N-K}\sum_i [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \ldots, a_K)]^2$) оварда мерасонад, ки дар ин ҷо миқдори параметрҳои номаълум $K = 1$ мешавад. Пас аз истифодабарии усули хурдтарини квадратӣ ифодаи зеринро медиҳад[6].

$$\sigma(a) = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i)^2, \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i - ax_i) = 0, \end{cases}$$

$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \quad (12)$$

$$\Delta a = t_{P,N-2}\sqrt{\frac{1}{N-1}\left(\frac{\sum x_i^2 \sum y_i^2 - (\sum x_i y_i)^2}{(\sum x_i^2)^2}\right)} \quad (13)$$

Дар ин ҷо мо ба сифати мисол намунаи ҳалли чанд масъалаи физикиро тавассути усули хурдтарини квадратҳо меорем. Толибилми зирак ҳангоми шиносоӣ бо рафти ҳалли масъалаҳо бе душворӣ фаҳмида метавонад, ки барои ҳалли масъалаҳо аз донишҳои математикӣ истифода шудаанд. Дида метавонад, ки дар баъзе маврид танҳо истифодаи дурусти формулаҳои маъмул, тасвири графикии ҳодиса ба натиҷаи даркорӣ мебарад. Чунин мисолҳоро муаллимон ва толибилмони омода метавонанд дар китобу дастурҳои физикаи таҷрибавӣ дар адабиётои зерин овардашуда дарёбанд [3,с.1].

Масъалаи 1. Коэффитсиенти ҳароратии муқовимати металлҳоро мувофиқи усули хурдтарини квадратҳо ҳисоб менамоем. Вобастагии муқовимати металлҳо аз ҳарорат хаттӣ мебошад[4,с.5].

$$R_t = R_0(1 + \alpha t^0) = R_0 + R_0 \alpha t^0 \quad (14)$$

Ҳангоми ҳарорат 0 °C будан муқовимати металл R_0 аст.

Натиҷаҳои ченкунии муқовимати элекрикии ноқил (R_i) дар ҳароратҳои гуногун дар ҷадвали 1 дар сутунҳои дуюм ва сеюм оварда шудааст. Дар сутунҳои боқимонда натиҷаҳои ҳисобнамоии математикии бузургиҳои ченшуда ҷойгир карда шудааст. Дар ин ҳолат чунин ишораҳоро ворид менамоем:

$$\Delta t_i = t_i - \bar{t}, \qquad \Delta R_i = R_i - \bar{R},$$

Ҷадвали 1. Ченкунии муқовимати ноқил дар ҳароратҳои гуногун

№р/т	t_i, ^{0}C	R_i , Ом	Δt_i, ^{0}C	Δt_i^2 , ^{0}C ^{2}	ΔR_i, Ом	ΔR_i^2, Ом^2	$\Delta t_i \Delta R_i$, ^{0}C ·Ом
1	20,0	86,70	-15,0	225,00	-4,827	23,300	72,405
2	24,8	88,03	-10,2	104,04	-3,497	12,229	35,669
3	30,2	90,32	-4,8	23,04	-1,207	1,457	5,794
4	35,0	91,15	0	0	-0,377	0,142	0
5	40,1	93,26	5,1	26,01	1,733	3,003	8,838
6	44,9	94,90	9,9	98,01	3,373	11,377	33,393
7	50,0	96,33	15,0	225,00	4,803	23,069	72,045
	$\bar{t}$, ^{0}C	$\bar{R}$, Ом		$\sum \Delta t_i^2$, ^{0}C ^{2}		$\sum \Delta R_i^2$, Ом^2	$\sum \Delta t_i \Delta R_i$ ^{0}C ·Ом
	35,0	91,527		701,1		74,577	228,144

Барои муайян кардани параметрҳои R_0 ва α дар формулаи (1) методи хурдтарини квадратиро истифода мебарем. Ифодаи зеринро истифода бурда $b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \Delta y_i}{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}$, коэффитсиенти ҳароратии муқовимати ноқилро меёбем.

$$\alpha = \frac{\sum \Delta t_i \Delta R_i}{\sum \Delta t_i^2} = \frac{228{,}14}{701{,}1} = 0{,}3254 \text{ Ом/0C}$$

Ҳамин тавр, $R_0 = \bar{R} - b\bar{t}$ = 91.527-0,3254 = 80,14 Ом.

Хатогии қиматҳои α ва R_0 бадастомадаро аз формулаҳои (8) ва (9) истифодабурда баҳодод менамоем:

$$\Delta\alpha = t_{P,N-2}\sqrt{\frac{1}{N-1}\left(\frac{\sum \Delta R_i^2}{\sum \Delta t_i^2} - b^2\right)} = 2{,}57\sqrt{\frac{1}{5}\left(\frac{74{,}577}{70{,}11} - (0{,}3254)^2\right)} = 0{,}025 \text{ Ом/}^0\text{С},$$

$$\Delta R_0 = \Delta\alpha\sqrt{\bar{t}^2 + \frac{1}{n}\sum \Delta t_i^2} = 0{,}025\sqrt{(35{,}0)^2 + \frac{1}{7}\cdot 701{,}1} = 0{,}91 \text{ Ом}.$$

Ҳамин тавр натиҷаи ниҳоиро ба даст меорем:

$$R_0 = (80{,}14 \pm 0{,}91) \text{ Ом}, \ \varepsilon_{R_0} = 1{,}1\ \%;$$

$$\alpha = (0{,}325 \pm 0{,}025) \text{ Ом/}^0\text{С}, \ \varepsilon_{R_0} = 7{,}7\ \%;$$

$$R = (80{,}14 \pm 0{,}325t) \text{ Ом}.$$

Масъалаи 2. Ҳангоми омӯхтани гироскоп як қатор ченкунии бузургиҳо гузаронида шуданд, ки ин имконият дод, ки моменти қувваи *M* ба гироскоп таъсиркунанда ва суръати кунҷии претсессия *ω* ҳисоб карда шавад. Формулаи алоқамандкунандаи ин бузургиҳо ба формулаи [10] монанд аст: *M = Lω,* дар ин ҷо *L*− моменти импулси гироскоп мебошад. Моменти импулси гироскопро *L* бо истифода аз усули хурдтарини квадратӣ меёбем ва хатогиро баҳодод менамоем. Натиҷаҳои ҳисобнамудаи қимати *M* ва *ω* дар ҷадвал оварда шудааст[4,с.5].

Ҷадвали 2. Ҳисоб кардани моменти импулси гироскоп

№ р/т	ω_i , c^{-1}	M_i Н·м	щ$_i^2$, c^{-2}	M_i^2 (Н·м)^2	$\omega_i M_i$, c^{-1} Н·м	$(\omega_i M_i)^2$ $(c^{-1}$ Н · м$)^2$
1	0,101	0,165	1,020·10^{-2}	2,722·10^{-2}	1,666·10^{-2}	2,776·10^{-4}
2	0,078	0,129	0.608·10^{-2}	1,664·10^{-2}	1,006·10^{-2}	1,012·10^{-4}
3	0,054	0,092	0,292·10^{-2}	0,846·10^{-2}	0,497·10^{-2}	0,247·10^{-4}
4	0,079	0,129	0,624·10^{-2}	1,664·10^{-2}	1,019·10^{-2}	1,038·10^{-4}
5	0,103	0,165	1,061·10^{-2}	2,722·10^{-2}	1,700·10^{-2}	2,890·10^{-4}
6	0,126	0,202	1,588·10^{-2}	4,080·10^{-2}	2,545·10^{-2}	6,477·10^{-4}
∑			5,193·10^{-2}	13,698·10^{-2}	8,433·10^{-2}	14,440·10^{-4}

Мувофиқи формулаи (12) L – ро меёбем

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{n}\omega_i M_i}{\sum_{i=1}^{n}\omega_i^2} = \frac{8{,}433\cdot10^{-2}}{5{,}193\cdot10^{-2}} = 1{,}624 \text{ кг·м}^2\cdot c^{-1}$$

Акнун хатогии мутлақи қимати ба даст омадаи моменти импулсро мувофиқи формулаи (13) ҳисоб менамоем:

$$\Delta L = 2{,}8\sqrt{\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{5{,}193\cdot13{,}698-(8{,}433)^2}{(5{,}193)^2}\right)} = 0{,}033 \text{ кг·м}^2\cdot c^{-1}.$$

Хатогии нисбии моменти импулси ҳисоб намудаамонро ҳисоб менамоем:

$$\varepsilon_L = \frac{0{,}033}{1{,}624}\cdot 100\ \% = 2\ \%.$$

$$L = (1{,}624 \pm 0{,}033) \text{ кг·м}^2\cdot c^{-1},\ \varepsilon = 2\ \%.$$

Масъалаи 3. Алгоритми коркарди натиҷаҳо мувофиқи усули квадратии хурдтарин барои муодилаи y = ax + b дар мисоли муайян намудани параметрҳои ҳаракати собитшитобро дида мебароем. Таҷрибаи оиди муайян намудани суръати ҷисм $\vartheta = at + \vartheta_o$ ҳангоми ҳаракати собитшитобро аз рӯи натиҷаҳое, ки шитоби ҷисм a ва суръати ибтидоии ϑ_o онро дида мебароем. Бигзор хатогии асбоби муайянкунандаи вақт ва суръат мувофиқан ба $\Delta_t = 1_с$ ва $\Delta_\vartheta = 0{,}2$ м/с баробар бошад [1]. Натиҷаҳои коркарди эксперименталӣ мувофиқи УХК дар ҷадвал маълумот дода шудааст.

Ҷадвали 3.Муайян намудани суръати ҷисм ҳангоми ҳаракати собитшитоб

№	x_i=t_i	y_i=v_i	$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$	$(\Delta x_i)^2$	$\Delta y = y_i - \bar{y}$	$(\Delta y_i)^2$	$\Delta x_i\,\Delta y_i$
1	0	10.1	–12.5	156.25	–12.517	156.675	156.463
2	5	15.3	–7.5	56.25	–7.317	53.538	54.877
3	10	19.8	–2.5	6.25	–2.817	7.935	7.043
4	15	24.6	2.5	6.25	1.983	3.932	4.958
5	20	30.4	7.5	56.25	7.783	60.575	58.373
6	25	35.5	12.5	156.25	12.883	165.972	161.037
$\sum$	$\sum x_i$ = = 75	$\sum y_i$ = = 135.7	$\sum\Delta = xi$ = 0	$\sum\Delta = x_i^2$ = 437.5	$\sum\Delta y_i$ = = –0.002	$\sum\Delta y_i^2$ = 448.628	$\sum\Delta x_i\,\Delta y_i$ = 442.751

1. Қимати миёнаи x ва y – ро меёбем:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = 12.5\ c,\quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = 22.617 \text{ м}/c^2$$

1. Қимати миёнаи $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ – ро меёбем:

$$\bar{a} = \frac{\sum_i(\Delta xi\,\Delta yi)}{\sum_i(\Delta yi)^2} = 1.012 \text{ м/с}^2,\quad \bar{b} = \bar{y} - \bar{a}\bar{x} = 9.967 \text{ м/с}.$$

2. Дисперсия ва қимати тамоюли миёнаи квадратии $\bar{a}$ – ро меёбем.

$$\sigma_{\bar{a}}^2 = \frac{1}{N-2}\left(\frac{\sum\Delta y_i^2}{\sum\Delta x_i^2} - \bar{a}^2\right) = 3.229\cdot10^{-4},\quad y_{\bar{a}} = \sqrt{\sigma_{\bar{a}}^2} = 1.797\cdot10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

3. Дисперсия ва қимати тамоюли миёнаи квадратии $\bar{b}$– ро меёбем.

$$\sigma_{\bar{b}}^2 = \sigma_{\bar{a}}^2\left(\bar{x}^2 + \frac{1}{N}\sum\Delta x_i^2\right) = 0.028,\quad \sigma_{\bar{b}} = \sqrt{\sigma_{\bar{b}}^2} = 0.167 \text{ м/с}.$$

4. Хатогии тасодуфии a ва b – ро ҳисоб менамоем.

Коэффитсиенти Стюдентро барои P = 95 % ва N – 1 = 5 $t_{P,N-1} = 2.78$,

$\Delta a = t_{P,N-1}\sigma_{\bar{a}} = 0.04996$ м/с^2, $\Delta b = t_{P,N-1}\sigma_{\bar{b}} = 0.464$ м/с.

5. Хатогии асбобро барои коэффисиенти b ҳисоб менамоем.

$$\Delta_b = |\bar{a}|\,\Delta_x + \Delta_y = 1.212 \text{ м/с},$$

бо назардошти $\Delta_x - 1$ с ва $\Delta_y = 0.2$ м/с.

6. Хатогии умумии коэффисиентҳои a ва b – ро ҳисоб менамоем.

$$\Delta\bar{a} = \Delta a = 0.04996 \text{ м/с}^2 \text{ ва } \Delta\bar{b} = \Delta b + \Delta_b = 1.676 \text{ м/с}.$$

7. Натиҷаи ниҳоӣ: y =(1.012±0.04996) x + (9.967 ±1.676).
8. Натиҷаи ниҳоӣ дар шакли яклухтшуда чунин навишта мешавад:

y= (1.01±0.05) x + (10.0 ±1.7), бо эҳтимолияти P = 95 %.

Масъалаи 4. Дар ҷадвал баъзе қиматҳои вобастагии функсионалии аз таҷрибаи N= 6 бадастовардашуда пешниҳод шудааст.

Ҷадвали 4.Натиҷаи ченкуниҳои физикӣ

x_i	y_i	x^2	x_iy_i
1	1	1	1
2	1,5	4	3
3	3	9	9
4	4,5	16	18
5	7	25	35
6	8,5	36	51
$\sum x_i$ =21	$\sum y_i$=25,5	$\sum x^2 = 91$	$\sum x_iy_i = 117$

Вазифа:

Аз рӯи натиҷаи ҷадвал функсияи хаттии вобастагии аппроксиматсияро бо усули хурдтарини квадратӣ меёбем: $y = ax + b$.

Ҳал

1. Вобастагии y аз x – ро дар намуди функсияи хаттӣ $y = ax + b$ меёбем.

Қимати коэффисиентҳои a ва b – ро чунон интихоб менамоем, ки суммаи тамоюли квадратӣ $S\,(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(\Delta y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(ax_i + b - y_i)^2 \to \min$ бояд минимум шавад.

Функсияи $S\,(a,b)$ дар он ҳоле қимати минималиро қабул мекунад, ки агар ҳосилаи хусусии S'_a ва S'_b ба сифр майл кунад.

$$\begin{cases} S'_a(a,b) = \sum\limits_{i=1}^{n} 2(ax_i + b - y_i)\cdot x_i = 0, \\ S'_b(a,b) = \sum\limits_{i=1}^{n} 2(ax_i + b - y_i)\cdot 1 = 0\,. \end{cases}$$

аз ин ҷо ба системаи муодилаи хаттии ғайриякҷинса меоем.

$$\begin{cases} a\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i\cdot y_i \\ a\sum\limits_{i=1}^{n} x_i + n\cdot b = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i\,. \end{cases}$$

аз ин ҷо $\sum_{i=1}^{6} x_i = 21$, $\sum_{i=1}^{6} y_i = 25{,}5$, $\sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 91$, $\sum_{i=1}^{6} x_i{\cdot}y_i = 117$.

дар ин ҳол системаи муодила намуди зеринро мегирад:

$$\begin{cases} 91a + 21\,b = 117, \\ 21a + 6b = 25{,}5. \end{cases}$$

Системаи муодидаро мувофиқи формулаи Крамер ҳал менамоем:

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta},$$

аз ин ҷо

$$\Delta = \begin{vmatrix} 91 & 21 \\ 21 & 6 \end{vmatrix} = 546 \cdot 441 = 105, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 117 & 21 \\ 25{,}5 & 6 \end{vmatrix} = 702 - 535{,}5 = 166{,}5,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 91 & 117 \\ 21 & 25{,}5 \end{vmatrix} = 2320{,}5 - 2457 = 136{,}5.$$

дар ин ҳол

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{166.5}{105} = 1{,}59 \text{ ва } b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{136{,}5}{105} = 1{,}3 \text{ мешавад.}$$

Дар натиҷа, функсияи хаттии номаълум намуди зеринро мегирад:

$$y = 1{,}59x - 1{,}3.$$

Алгоритми коркарди натиҷаҳо мувофиқи УХК барои муодилаи $y = ax$ дар мисоли муайянкардани шитоби афтиши озод

Масъалаи 5. Таҷрибаеро оиди муайян намудани шитоби афтиши озод g ҳамҷоя бо ченкунии даври лаппиши раққосаки математикӣ T ва дарозии ℓ онро дида мебароем, қимати натиҷаҳои ченкунӣ дар ҷадвал оварда шудааст [6].

Параметр	№: шумораи таҷрибаҳо					Δ
	1	2	3	4	5	
ℓ_i , м	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	$5{\cdot}10^{-4}$
T_i, с	1.415	1.563	1.670	1.791	1.910	10^{-4}

Коркарди минбаъдаи натиҷаҳо бо чунин амалҳои пайдарпай иҷро карда мешавад.

Вобастагии $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ – ро хаттӣ менамоем ба формулаи муодилаи хаттӣ $y = ax$ қиматҳои мувофиқро мегузорем, яъне $y = T$, $x = \sqrt{\ell}$, $a = 2\pi/\sqrt{g}$.

Мувофиқи УХК барои муодилаи $y = ax$ натиҷаҳоро коркард намуда ҷадвали 2 – ро пур менамоем, натиҷаҳои номаълумро дар шакли тағийрёбандаҳои нав пешниҳод менамоем, (x_i, y_i) = $(\sqrt{\ell},\ T_i)$.

Ҷадвали 5

№	$x_i = \sqrt{\ell}$	$y_i = T_i$	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	0.7071	1.415	0.500	2.0022	1.0005
2	0.7746	1.563	0.600	2.4430	1.2107
3	0.8367	1.670	0.700	2.7889	1.3973
4	0.8944	1.791	0.800	3.2077	1.6019
5	0.9487	1.910	0.900	3.6481	1.8120
∑	$\sum x_i$ = 4.1615	$\sum y_i$= 8.349	$\sum x_i^2$ = 3.500	$\sum y_i^2$= 14.0899	$\sum x_i y_i$ = 7.0224

Қимати миёнаи a – ро ҳисоб менамоем:

$$\bar{a} = \frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2} = 2.0064.$$

Дисперсия ва тамоюли миёнаи квадратии $\bar{a}$ – ро ҳисоб менамоем:

$$\sigma_{\bar{a}}^2 = \frac{1}{N-1}\left(\frac{\sum \Delta y_i^2}{\sum \Delta x_i^2} - \bar{a}^{\,2}\right) = 1.12\cdot 10^{-5}, \quad \sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\sigma_{\bar{a}}^2} = 3.35{\cdot}10^{-3}.$$

Хатогии тасодуфии коэффитсиенти a – ро барои P = 95 % ва N = 5 бо назардошти он, ки коэффисиенти Стюдент ба $t_{P,N-1} = 2.78$ баробар аст, дар ин ҳол $\Delta a\ t_{P,N}\sigma_{\bar{a}}$= $9{,}31{\cdot}10^{-3}$.

Хатогии асбоби ченкунии бевоситаи бузургии y = T ба $\Delta_y = \Delta_T = 10^{-4}$ с баробар аст, хатогии асбоби ченкунии бовоситаи бузургии $x = \sqrt{\ell}$ бошад намуди зерин дорад:

$$\Delta_x = \frac{1}{N}\sum_i \Delta_{\ell_i} = \frac{1}{N}\sum_i \Delta_\ell \frac{\partial x}{\partial \ell}|_{\ell=\ell_i} = \frac{1}{N}\sum_i \Delta_\ell \frac{\partial}{\partial \ell}\sqrt{\ell}|_{\ell=\ell_i} = \frac{1}{N}\sum_i \frac{\Delta_\ell}{2\sqrt{\ell_i}} = \frac{\Delta_\ell}{2N}\sum_i \frac{1}{x_i}$$

Натиҷаҳои ҷадвали 1 ва 2 – ро истифода бурда натиҷаи зеринро ба даст меорем:

$$\frac{1}{N}\sum_i \frac{1}{x_i} = 1.215, \qquad \Delta_x = 3.036 \cdot 10^{-4}.$$

Дар ин ҳол хатогии асбоби коэффитсиенти a чунин мешавад:

$$\Delta_a = \left(\frac{\sum_i x_i}{\sum_i x_i^2}\right)\left(|\bar{a}|\Delta_x + \Delta_y\right) = 8.432 \cdot 10^{-4}$$

Хатогии умумии коэффисиенти a чунин мешавад:

$$\Delta\bar{a} = \Delta a + \Delta_a = 1.015 \cdot 10^{-2}.$$

Натиҷаи ниҳоии ченкуниро дар намуди яклухтшуда менависем:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a = 2.0064 \pm 0.0010 \text{ бо эҳтимолияти } P = 95\,\%.$$

Мувофиқи коэффитсиенти $a = 2\pi/\sqrt{g}$ шитоби афтиши озодро $g = \frac{4\pi^2}{\bar{a}^2} = 9.8107$ м/ с^2 аз рӯи нақшаи коркарди натиҷаҳои ченкунии бовосита бо усули барандаи хатогиҳо ёфтан мумкин аст. Қимати миёнаи шитоби афтиши озодро ҳисоб менамоем:

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2}{\bar{a}^2} = 9.8107 \text{ м/с}^2.$$

Хатогии тасодуфии ченкуниҳои бобоситаро ҳисоб менамоем.

$$\Delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial a}\Delta a\right| = \left|\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{4\pi^2}{\bar{a}^2}\right)\Delta a\right| = \left|\frac{8\pi^2}{\bar{a}^3}\Delta a\right| = \frac{8\pi^2}{\bar{a}^3}\Delta a = 0.0088 \text{ м/с}^2.$$

Хатогии умумиро ҳисоб менамоем:

$$g = \bar{g} \pm \Delta\bar{g} = 9.811 \pm 0.017 \text{ м/с}^2 \text{ бо эҳтимолияти } P = 95\,\%.$$

Маълумоте, ки дар ин мақола оварда шудааст, барои инкишоф ва такмили минбаъдаи коркарди натиҷаҳои ченкуниҳои физикӣ бо усулҳои оморӣи дар боло зикршуда кӯмак мерасонад. Барои ҳар як ин усулҳои тавсифшуда метавон масъалаи сохтани алгоритмҳои мувофиқро барои коркардӣ масйалаҳои конретӣ истифода кард.

Тибқи алгоритмҳои таҳияшуда минбаъда барои коркарди натиҷаҳое, ки дар рафти корҳои илмӣ-тадқиқотӣ, корҳои лабораторӣ ва ғайра ба дастоварда мешаванд истифода кардан мумкин аст.

ПАЙНАВИШТ:

1. Абдуманонов, А. Истифодаи воқеияти Тоҷикистон дар ташаккули донишандӯзии хонандагон аз физика / А. Абдуманонов, Ф.Х. Каримова, М.Ш. Абдуманонова, Ф.А. Абдуманонова // Номаи донишгоҳ.-2017.-№2(4).-С. 235-245.
2. Абдуманонов, А. Ҳалли масъалаҳои таҷрибавӣ – омили муҳими ташаккули дониши хонандагон аз физика / А. Абдуманонов, Э.Исоков, Ф. Абдуманонова // Номаи донишгоҳ.-2017.- №2(4),- С.245-247.
3. https://parlament.tj/news/713-sanoatikunonii-bosur-ati-kishvar-baroi-ta-mini-ustuvorii-i-tisodiyot-zaminai-ami-meguzorad
4. Гринкруг, М. С. Лабораторный практикум по физике / М. С. Гринкруг, А.А. Вакулюк, Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань».- 2012. – 480 с.
5. Зайдель,А.Н. Ошибки измерений физических величин / А.Н. Зайдель. – Л.: Наука. 1974.- 552 с.
6. Фаддеев, М.А. Элементарная обработка результатов эксперимента/ М.А.Фаддеев. Изд-во Нижегородского госуниверситета.-2002.–108 с.
7. https://parlament.tj/news/713-sanoatikunonii-bosur-ati-kishvar-baroi-ta-mini-ustuvorii-i-tisodiyot-zaminai-ami-meguzorad

REFERENCES:

1. Abdumanonov, A. Use of realities of independent in informative process of on physics lessons in school / A. Abdumanonov, F.Kh. Karimova, M.Sh. Abdumanonova, F.A. Abdumanonova// Scientific notes.- 2017.- №2(4).-P.235-245.
2. Abdumanonov, A. Solving experimental examples as significant on developing the knowledge of physics in the school / A. Abdumanonov, E. Isoqov, F.Abdumanonova // Scientific notes.- 2017. -№2(4),P. 245-247.
3. https://parlament.tj/news/713-sanoatikunonii-bosur-ati-kishvar-baroi-ta-mini-ustuvorii-i-tisodiyot-zaminai-ami-meguzorad
4. Grinkrug, M.S. Laboratory practice in physics / M.S. Grinkrug, A.A. Vakulyuk, Textbook. - St. Petersburg: Publishing house "Lan",- 2012. - 480 p.
5. Zaidel, A.N. Measurement errors of physical quantities / A.N. Seidel. - L.: Science. -1974, 552 p.
6. Faddeev, M.A. Elementary processing of the results of the experiment / M.A. Faddeev. Publishing House of the Nizhny Novgorod State University.-2002.–108 p.
7. https://parlament.tj/news/713-sanoatikunonii-bosur-ati-kishvar-baroi-ta-mini-ustuvorii-i-tisodiyot-zaminai-ami-meguzorad